GIANCARLO BUCCELLA

Esercizi di fisica

dal testo

CONSIGLI PER LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

Riguardo alla soluzione dei problemi di Fisica, si consiglia quanto segue:

1) Leggere attentamente il testo del problema.

2) Preparare un elenco complete delle quantità date (note) e di quelle cercate (incognite).

3) Disegnare uno schema o un diagramma accurato della situazione. Nei problemi di dinamica, assicurarsi di aver disegnato *tutte* le forze che agiscono su un dato corpo (diagramma di corpo libero).

4) Dopo aver deciso quali condizioni e principi fisici utilizzare, esaminare le relazioni matematiche che sono valide nelle condizioni date. Assicurarsi sempre che tali relazioni siano applicabili al caso in esame. E' molto importante sapere quali sono le limitazioni di validità di ogni relazione o formula.

5) Molte volte le incognite sembrano troppe rispetto al numero di equazioni. In tal caso e bene chiedersi, ad esempio:

a) esistono altre relazioni matematiche ricavabili dalle condizioni del problema?
b) è possibile combinare alcune equazioni per eliminare alcune incognite?

6) E' buona norma risolvere tutte le equazioni algebricamente e sostituire i valori numerici soltanto alla fine. Conviene anche mantenere traccia delle unita di misura, poiché questo può servire come controllo.

7) Controllare se la soluzione trovata e dimensionalmente corretta.

8) Arrotondare il risultato finale allo stesso numero di cifre significative che compaiono nei dati del problema.

9) Ricordare che per imparare a risolvere bene i problemi e necessario risolvene tanti: la risoluzione dei problemi spesso richiede creatività, ma qualche volta si riuscirà a risolvere un problema prendendo spunto da un altro già risolto.

Alanno - giugno 2002

INDICE
VOLUME 1

VOL. 1 – Introduzione - CAP. 2
Il metodo scientifico

11) *Il rubinetto della cucina perde e lascia cadere una goccia ogni 45 s. Scrivi una formula che esprima la legge empirica appena enunciata.*

12) *Certamente conosci la formula matematica per calcolare l'area di un trapezio. Dopo aver assegnato esplicitamente a ogni grandezza geometrica un nome di variabile, scrivi la formula con le variabili fissate e mostra un esempio di sua applicazione.*

13) *Nello studio di un fenomeno si trova che due grandezze x e y sono legate dalla relazione* $y = a / (b + x)$
Quali relazioni approssimate si possono utilizzare rispettivamente nei casi $x << b$ *oppure* $x >> b$ *?*

Soluzioni

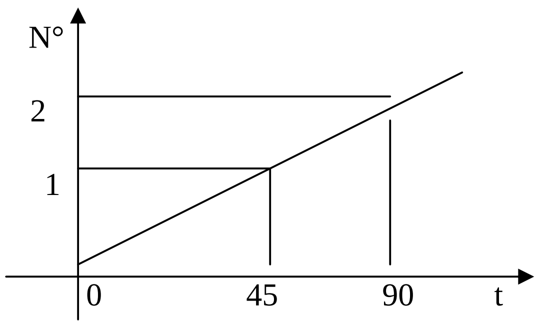
11)

Cade una goccia ogni 45 s dunque

n° gocce	t (s)
0	0
1	45
2	90

Si ricordi l'eq. di una retta: $y = mx + q$
l'eq. della retta nel nostro caso
è $N = kt$ poiché passa per l'origine;
per determinare la costante di proporzionalità diretta,
ossia il coefficiente angolare basta scrivere l'eq. stessa per
due valori noti di N e t, avendosi: (per N=1 e t=45)

$1 = k\,45$ da cu i $k = 1/45$ allora l'eq. diviene: $N = (1/45)\ t$



12)

$$\text{Area trapezio} = \frac{B+b}{2}\,h$$

dove B è la base maggiore, b quella minore e h l'altezza

indichiamo con x.y e z le tre variabili

$$\text{Area trapezio} = \frac{(x+y)}{2}\,z$$

da cui posiamo ricavare una variabile in funzione delle altre due. Ad es. noti y e z possiamo ricavarci x:

$$x = \frac{2A}{z} - y$$

dove A è ovviamente l'area del trapezio

13)
Per $x \ll b$ $b+x \approx b$ da cui $y = a/b = \text{cost.}$
Per $x \gg b$ $b+x \approx x$ da cui $y = a/x$

VOL. 1 – Introduzione - CAP. 3
Le grandezze fisiche

1) *L'intervallo di tempo tra due noviluni (mese sinodico) non è costante a causa del moto complicato della Terra e della Luna e varia tra 29 e 30 giorni. Per determinarne un valore medio sì possono utilizzare osservazioni fatte su un periodo lungo. In una vecchia agendina si trova che il primo novilunio del 1993 fu il 22 gennaio, mentre l'ultimo novilunio del 1996 capita il 10 dicembre. Calcola la durata media del mese sinodico.*

3) *In un litro di aria (press'a poco la quantità contenuta in una normale bottiglia di acqua minerale) ci sono 30 000 000 000 000 000 000 000 molecole. Traduci questo numero nella notazione esponenziale con base 10.*

4) *Scrivi il numero 0,000000015. utilizzando la notazione esponenziale con base 10.*

5) *Un atomo d'argento ha una massa di $1{,}79 \times 10^{-22}$ g. Quanto vale la massa di 6×10^{23} atomi d'argento?*

6) *La luce che arriva dalla galassia Andromeda È partita 30 000 000 000 000 secondi fa. Traduci questo numero nella notazione esponenziale con base 10. A quanti anni corrisponde? Quanti anni-luce è distante Andromeda?*

7) *II raggio dell'Universo visibile (che puoi immaginare come una sfera) e di circa $1{,}5 \times 10^{10}$ anni luce. Calcola il volume dell'Universo in (anni luce)^3 e in m^3.*

8) *Quanti secondi dura in media la vita di un uomo? Qual è l'ordine di grandezza di questo tempo?*

9) *La massa del Sole è $M_s = 1{,}989 \times 10^{30}$ kg. La massa dì un protone è $m_p = 1.673 \times 10^{-27}$ kg. Qual è l'ordine di grandezza del rapporto M_s/m_p?*

10) *Quanto misura lo spessore di un foglio di questo libro? Esprimi questo numero con la notazione esponenziale in base 10. Suggerimento: misura lo spessore del libro.*

11) *La massa di un elefante è in media di 3.5 t. mentre quella di un topo è di 25 g. Quante volte la massa di un topo è minore di quella di un elefante?*

12) *Le dimensioni di un'asse di legno di quercia sono rispettivamente di 2.0 cm. 30 cm e 1,50 m e la sua massa è di 7,0 kg. Calcola la densità del legno di quercia, cioè il rapporto tra la sua massa e il suo volume.*

13) *Il raggio di una sferetta di acciaio (la cui densità è 7800 kg/m^3) misura 1,5 cm. Qual è la massa della sferetta? (La densità di una sostanza è definita nell'esercizio 12.)*

14) *In un floppy disc da 3"1/2 i dati sono registrati sulle due superfici magnetiche comprese all'incirca tra 2 e 4 cm dal centro. Sul dischetto possono essere memorizzati fino a un milione e mezzo di caratteri.*
Quanto è grande, in media, l'area occupata da un carattere, in mm^2?

15) *Determina le dimensioni fisiche dell'accelerazione a, sapendo che esiste la formula* $a = 2s/t^2$

16) *Determina, a meno di una costante adimensionale, l'espressione dell'accelerazione centripeta in un moto circolare uniforme, se questa dipende solo dalla velocità e dal raggio di curvatura. (Le dimensioni fisiche dell'accelerazione sono calcolate nell'esercizio 15.)*

17) *Come nell'esercizio precedente, determina il periodo di un pendolo (matematico) sapendo che questo potrebbe dipendere dalla lunghezza ℓ, dalla massa m e dall'accelerazione dì gravita g. (Le dimensioni fisiche dell'accelerazione sono calcolate nell'esercizio 15.)*

18) *Per un determinato sistema dinamico, la grandezza denominata energia totale è data dalla somma di due termini:* $E = k_1 x^2 + k_2 v^2$
dove x è una lunghezza e v una velocità. In che unità si misura la costante $\gamma = (k_2/k_1)^{1/2}$ *nel SI?*

19) *La velocità delle navi si esprime di solito in «nodi», cioè in miglia nautiche all'ora. Per ottenere la velocità in m/s quanto vale il fattore di conversione, se un miglio nautico vale circa 1853 m ?*

20) *Due rotoli di filo di rame hanno lo stesso peso. Il primo filo ha un diametro di 1 mm, l'altro di 0,4 mm. Che rapporto c'è tra le lunghezze? Se il primo è lungo 100 m, quanto è lungo il secondo?*

21) *Il progetto di un complesso edilizio ha richiesto una confezione di mine per i disegni, una scatola di acquerelli per le vedute, 3 hg di polistirolo per la realizzazione di un plastico. Si decide di rifare l'intero progetto in scala 4 volte maggiore; quanto materiale occorrerà?*

22) *Si legge spesso che il fenomeno delle maree è dovuto alla presenza della Luna, in realtà tutti i corpi celesti contribuiscono con un termine proporzionale alla propria massa e inversamente proporzionale al cubo della distanza dalla Terra. Nella tabella che segue le masse sono date in unità della massa della Terra e le distanze sono espresse attraverso il tempo impiegato dalla luce a percorrerle.*

Oggetto	*Massa*	*Distanza*
Luna	$1{,}2 \times 10^{-2}$	*1,3 s*
Sole	$3{,}3 \times 10^{5}$	*8 min*
Giove (*)	$3{,}2 \times 10^{2}$	*32 min*

(*) nella posizione più vicina

Posto uguale ad 1 (in opportune unità di misura) l'effetto dovuto alla Luna, determinare gli effetti dovuti al Sole e a Giove.

23) *Una finestra è larga 140 cm, e dista 4,5 m dalla parete opposta di una stanza. Standο accostati alla parete opposta, si osserva, in direzione perpendicolare alla parete, un campanile lontano, proprio allineato al bordo destro della finestra. Per vedere lo stesso campanile allineato con il bordo sinistro bisogna spostarsi di 143 cm. A che distanza si può stimare sia il campanile?*

24) *Una certa sostanza assorbe l'umidità dell'aria in proporzione alla sua superficie. Avendone a disposizione un volume cubico di spigolo l, per ottenere un maggior effetto deumidificante, conviene o no tagliare il cubo in N cubetti più piccoli?*

25) *Versando una goccia di acido oleico (fortemente diluito in un solvente volatile) su una superficie d'acqua, questo galleggia e si espande formando uno strato superficiale approssimativamente circolare. Si può ritenere che l'espansione termini quando lo spessore dello strato è dell'ordine di grandezza delle dimensioni molecolari, mentre il solvente è completamente evaporato. Sia q la frazione in volume di acido oleico nella soluzione, r il raggio della goccia ed R il raggio dello strato superficiale. Scrivi l'espressione che esprime l'ordine di grandezza delle dimensioni molecolari dell'acido oleico.*

26) *Un barra di ferro a sezione quadrata di 20 cm di lato viene passata in un laminatoio ove, con successive operazioni, viene ridotta a una lamina di 1 m di larghezza e 0.5 mm di spessore. La produzione è a ciclo continuo: quindi le barre entrano ed escono una dopo l'altra senza interruzioni. La lamina viene successivamente arrotolata attorno a un rocchetto di legno di raggio R e forma una bobina.*
Se la barra entra nel laminatoio a 30 cm/s, a che velocità deve uscirne?
Considerato che la superficie laterale della bobina si arrugginisce e resterà quindi inutilizzata, converrebbe aumentare o diminuire l'altezza della lamina?

Soluzioni

1)

1993 novilunio 22 gen
1996 novilunio 10 dic

Intervallo temporale di 1417 giorni
(4 anni = 1460 giorni) la distanza temporale tra il 10 dic e il 22 gen è di 43 giorni quindi basta fare 1460-43=1417 giorni

Se la periodicità fosse stata di 30 giorni si avrebbe avuto un tempo totale di 1440 giorni, allora 1440:30=1417:x da cui x=29.52 giorni

Oppure:
1 anno = 365 g +(¼) g = 365.25 g ora dal 22/1/93 al 10/12/96 ci sono 1418.0 g
Supponendo il mese lunare di 29 si avrebbe 29 x 48 = 1392 dove 48 è il numero intero che fa avvicinare il risultato a 1418, il che significa che anticiperebbe di 26 g, quindi dobbiamo aggiungere questi 26 g a tutte le mensilià (29x48) e poii dividre per 48 al fine di ottenere il mese effettivo:

$$((29x48) + 26)/48 = 29.54 \text{ g}$$

3)

$3x10^{22}$ molecole

4)

$1.5x10^{-8}$

5)

$m(Ag)=1.79x10^{-22}$
M=massa di una mole di atomii di Ag ossia di 6x10^23 atomi di Ag
$M=1.79x10^{-22}$ x 6 x 10^{23} = 1.07 x 10^2 g

6)

30.000.000.000.000 s = $3x10^{13}$ s
1 anno = 12 mesi = 365 giorni = 8766 ore = 525 960 minuti = 31.5 x 10^6 s ossia
ossia 31.5 Ms (M=mega=10^6)

7)

$R=1.5x10^{10}$ a.l.
Il volume di una sfera è $V=(4/3)\pi R^3 = 1.41x10^{31}$ (a.l.)^3
Un anno luce vale come si sa $9.5x10^{15}$ m dunque 1(a-l-)^3 = $(9.5x10^{15})^3$ m^3
= 8.57x1047 m^3
Dunque il volume sarà $V=1.41x10^{31}x8.57x10^{47} = 12x10^{78}$ m^3

8)

Vita media uomo = 75 anni = $75x3.15x10^7$ s = $2.4x10^9$ s
il cui ordine di grandezza è 10^9 s

9)

Ms = $1.989x10^{30}$ kg
Mp = $1.673x10^{-27}$ Ms / Mp = $1.19x10^{57}$

10)

s = 1.6 cm   spessore del libro   n° pagine = 210

spessore di un foglio 1.6/210 = 80 μm   ossia poco meno di 1/10 di mm

11)

M_e = 3.5 t m_t= 25 x 10^{-3} kg   da cui M_e/m_t = 1.4 x 10^5 cioè la massa dell'elefante è circa   100 000 volte la massa del topo.

12)

l=0.02 m l_1=0.3 m l_2=1.5 m $V = l \cdot l_1 \cdot l_2 = 0.02 \cdot 0.3 \cdot 1.5 = 0.009\ m^3$

$$d = \frac{M}{V} = \frac{7}{0.009} = 778 kg/m^3$$

13)

R=1.5 cm   d= 7800 kg/ m^3

M = d·V = 7800·1.413·10^{-5} = 0.11 kg

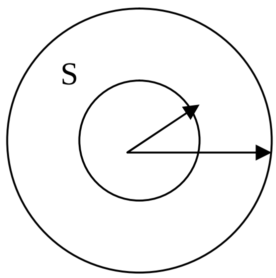
(Essendo V=(4/3) πR^3=1.413·10^{-5} m^3)

14)

d= 3.5 pollici R_1 = 2 cm

N=1.5·10^6 caratteri R_2 = 4 cm

A= S/N   S= Sup. effettiva di registrazione



A è l'area occupata da un carattere

S=area totale – area centrale = area della corona circolare

S=π·$(R2-R1)^2$ = 3.77·10^3 mm^2

A= 2·3.77·10^3/45·100 = 5·10^{-3} mm^2

15)

$a=2s/t^2$ $a=LT^{-2}$

16)

$a = LT^{-2} = k\, v^{\alpha} R^{\beta}$ essendo k dimensionale dovrà essere α=2 e β= -1

infatti $L^2\ T^{-2}/L = LT^{-2}$ quindi sarà $a= k\, v^2/R$

17)

T =(?) lunghezza · massa · acc. gravità = l m g = $L^\alpha M^\beta LT^{-2}$ acc. di gravità = LT^{-2}

Si nota subito che T non può dipendere dalla massa
Deve quindi risultare $L^\alpha LT^{-2}$ = T basta prendere alfa uguale a -1 in modo che si semplifica con L e per ricondurre poi T^{-2} al valore di T basta prendere la sua radice quadrata: dunque

$$T=\sqrt{\frac{L}{LT^{-2}}}=\sqrt{T^2}=T \quad \text{dunque} \quad P=k\sqrt{\frac{l}{g}}$$ (k è una cost. adimensionale)

18)

$E=k_1x^2 + k_2 v^2$ Joule = $M L^2 T^{-2}$
(ad es. si ricordi la formula dell'en. cinetica (massa (M) per velocità (L/T) al quadrato))
$k_1 L^2 = M L^2 T^{-2}$ da cui $k_1 = M T^{-2}$
$k_2 L^2 T^{-2}= M L^2 T^{-2}$ da cui $k_2 = M$ dunque $k_2 / k_1 = M/M T^{-2}=T^2$

allora $\gamma = \sqrt{k_2 / k_1} = T$ γ si misura quindi in secondi

19)

1 miglia nautico = 1853 metri
1 nodo = 1 miglia nautico/1 ora = 1853 m/ 3600 s = 0.515 m/s

20)

Nulla vieta di pensare a due fili rettilinei li lunghezza l_1 ed l_2, massa M_1 e M_2 e raggio R_1 ed R_2
Allora possiamo scrivere : $M_1= M_2=M$**;** $d = M/V_1 = M/V_2$ ma $V_2/ V_1=1$ cioè $V_2= V$ inoltre
$\pi R_1^2 \cdot l_1 = \pi R_2^2 \cdot l_2$ da cui $l_1/ l_2 = (R_2/ R_1)^2 = 0.16$
Se l_1=100 m allora sarà l_2 = 100/0.16 = 625 m

21)

Le linee (unidimensionale) vanno moltiplicate per 4, quindi 4 confezioni di mine, *si dovranno disegnare linee 4 volte più lunghe*,
le vedute (bidimensionali) vanno elevate al quadrato, quindi 4^2=16 scatole di acquerelli --- *si dovranno colorare aree* 4^2 *volte più grandi*
Infine il plastico (tridimensionale) è dimensionalmente un volume cioè una lunghezza al cubo, quindi 4^3=64 --- *si dovranno riempire spazi* 4^3 *volte maggiori* e siccome la massa è proporzionale al volume la massa del nuovo plastico sarà $4^3 \cdot 0.3$=19.2 kg
In formule con ovvi significati dei simboli:
$A_1= l_1^2$ $A_2=l_2^2 =(4 l_1)^2=4^2\cdot l_1^2=4^2 A_1$ si ricordi che abbiamo $l_1=4 l_2$ e $h_1=4 h_2$
(l è una generica linea del piano e h l'altezza del plastico)
$V_1=A_1\cdot h_1$ $V_2= A_2\cdot h_2= A_2 \cdot 4h_1$
$= 4^2 A_1 \cdot 4h_1 = 4^3 V_1$
Infine per la massa si può scrivre la seguente proporzione $M_1 : V_1 = M_2 : V_2$
da cui $M_1 = 0.3 \cdot V_2/ V_1 = 0.3 \cdot 4^3 \cdot V_1 / V_1 = 0.3\cdot 64 = 19.2$ kg

22)

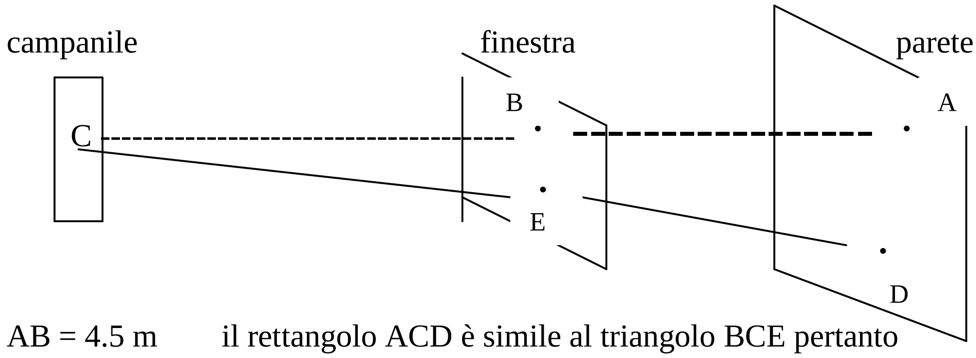
$$F_{luna} = k\frac{M}{R^3} = \frac{0.012}{1.3^3} = 0.0055 \qquad F_{luna} = k\frac{M}{R^3} = \frac{0.012}{1.3^3} = 0.0055$$

$$F_{sole} = k\frac{330000}{480^3} = 0.00298 \qquad F_{sole} = k\frac{330000}{480^3} = 0.00298$$

$$F_{giove} = k\frac{320}{1920^3} = \frac{4.52}{10^8} \qquad F_{giove} = k\frac{320}{1920^3} = 4.52$$

$$\frac{F_s}{F_L} = 0.5 \qquad \frac{F_G}{F_L} = 8\cdot 10^{-6}$$

23)



AB = 4.5 m il rettangolo ACD è simile al triangolo BCE pertanto

AD=1.43m

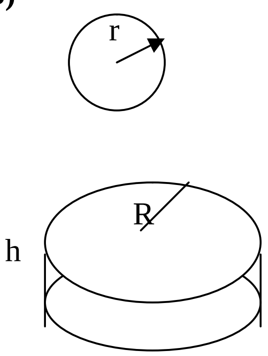
BE=1.4m AD:BE=AC:BC 1.43/1.4 = (AB+BC)/BC = 4.5/BC + 1

da cui BC = 210 m

24)

Beh! ovviamente SI. Infatti tagliando il cubo di partenza in N cubetti si aumenta la superficie della sostanza e quindi il suo effetto deumidificante.

25)



r è il raggio della goccia di acido oleico diluito

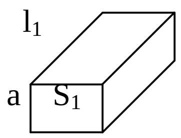
q = frazione di ac. oleico presente nella goccia

R è il raggio dello strato superficiale di altezza h

Il volume dello strato superficiale è tutto di acido oleico e deve essere uguale al volume iniziale presente nella goccia

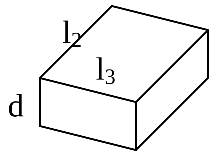
$q((4/3)\,\pi\, r^3) = \pi\, R^2\, h$ da cui $h = q\,(4/3)\, r^3 / R^2$

26)



$S_1 = 0.2^2 = 4\ 10^{-2}\ m^2$

$l_3 = 1m \quad d = 5\ 10^{-4}$



$S_2 = l_3\, d = 5\ 10^{-4}\ m^2 \qquad v = 0.3\ m/s$

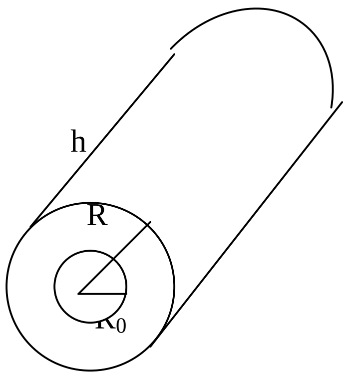
a) V 0 cost. $S_l = k \quad l = k/S$ nello stesso tempo deve entrare ed uscire un certo volume;

$t_1 = v_1/l_1$ e $t_2 = v_2/l_2$ da cui $v_1/l_1 = v_2/l_2$

$v_2 = (l_2 / l_1)\, v_1 = ((k / S_2)/(k / S_1))\, v_1 = (S_l / S_2)\, v_1$

$= (4\ 10^{-2} / 5\ 10^{-4})\ 0.3 = 24\ m/s$

b)



Il volume del pezzo di ferro è area di base per h

$V = (\pi R^2 - \pi R_0^2)\, h$ da cui ricaviamo R:

$$R = \sqrt{\left(\frac{V}{h} + \pi R_0^2\right)\frac{1}{h}} = \sqrt{\frac{V}{\pi h} + R_0^2}$$

La superficie laterale è $Sp = 2\pi R\, h$

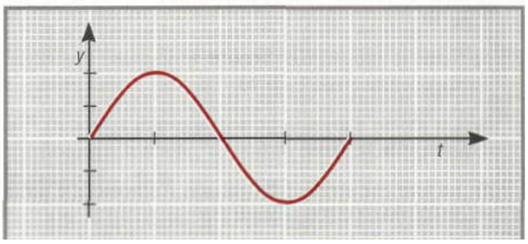
$$Sp = 2\pi h \sqrt{\frac{V}{\pi h} + R_0^2} = S_p = \sqrt{4\pi V^2 h + 4\pi R_0^2 h^2}\ S_p = \sqrt{4\pi V^2 h + 4\pi R_0^2 h^2}$$

Siccome V è fissato e pure R_0 , Sp dipende solo da h all’aumentare di h aumenta anche Sp, dunque per diminuire le perdite dovute alla ruggine occorre diminuire h

VOL. 1 – Introduzione - CAP. 4
Gli errori di misura

1) *Considera la formula che consente di calcolare la lunghezza di una circonferenza C di raggio r. Assegnando una serie di valori al raggio, compila una tabella con i valori dell'area e traccia il grafico corrispondente.*

2) *Dal grafico qui riportato, che rappresenta il legame fra l'istante di tempo e la posizione dell'estremità di una molla che oscilla su e giù, determina il valore della posizione in tre istanti di tempo a tua scelta.*
L'istante di tempo è rappresentalo sull'asse orizzontale e ad ogni lacca corrisponde un decimo di secondo. La posizione è rappresentata sull'asse verticale e ogni tacca corrisponde a mezzo centimetro.



3) *Lanciando ripetutamele 6 monete, conta il numero di teste che escono. Traccia un istogramma delle frequenze (per i = 0. 1.....6) e confrontalo con quello teorico (si può facilmente calcolare che le frequenze che si ottengono dopo un numero grandissimo di lanci, cioè le probabilità di uscita dei diversi ii sono proporzionali ai numeri 1. 6. 15. 20, 15.6, 1),*

4) *Due grandezze sono tra loro inversamente proporzionali: y = k / x. Si eseguono 4 misure ottenendo la seguente tabella*
x) 1.20 ; 2.15; 3,00; 4,10; e y) 2.68; 1.48; 1.08; 0,77.
Stima il valore della costante k.
Suggerimento: conviene riportare in un grafico il prodotto xy e stimarne il valore medio.

5) *La distanza tra Milano e Roma, rilevata da una tabella di un atlante stradale, è di 574 km. Quali possono essere i fattori di indeterminazione? Che significato ha questo numero?*

6) *Un orologio va avanti di 10 minuti al giorno. Quale errore si compie misurando con questo orologio, subito dopo averlo regolato, una durata di 3 ore? È una misura sbagliala per eccesso o per difetto? Si tratta di un errore casuale o sistematico?*

7) *Per determinare il volume medio di un fagiolo si può pensare di riempire di fagioli un vasetto di capacità nota ($V \pm \Delta V$) e successivamente di contare i fagioli contenuti (N), Quali tipi di errore si commettono? Come si può ovviare?*

8) *È noto che misurando l'intervallo di tempo tra un lampo e il tuono si può stimare la distanza del temporale. Discuti la precisione della misura, gli eventuali errori casuali e quelli sistematici.*

9) *Quale delle seguenti misure è più precisa: (5730 ± 1)m. (34.5 ± 0,1) m, (10,25 ± 0,01) m?*

10) *Quale delle due misure di tempo è più precisa: (12,0 ± 0,2) oppure (2400 ± 30) s? Calcola l'errore relativo percentuale delle due misure.*

11) *Due studenti misurano la lunghezza di due matite con due strumenti diversi. Il primo studente trova che la sua matita misura (15.0 ± 0,5) cm, l'altro studente afferma di aver misurato (14,80 ± 0.25) cm. Calcola l'errore relativo percentuale delle due misure*

12) *II tachimetro di un'automobile funziona attraverso la misura del tempo di rotazione delle ruote. Se le ruote non sono gonfiate in modo corretto che tipo di errore si produce? Stima tale errore.*

13) *II diametro di un palloncino viene misurato per tre giorni consecutivi, utilizzando metodi e strumenti diversi. Il primo giorno si trova (32,2 ± 0,8) cm; il secondo (31,1 ± 0,8) cm; il terzo {30,7 ± 1.5) cm. Si può affermare con certezza che il palloncino si sta sgonfiando?*

14) *Con riferimento alla misura del «mese lunare» (esercizio 1 del capitolo 3) con quale accuratezza si determina il risultato?*

15) *Nel misurare una lunghezza il cui valore è 12 m, si è compiuto un errore relativo percentuale del 5%, Qual è l'intervallo di incertezza della misura?*

16) *La misura di un intervallo di tempo ha dato come risultato 15,6 s con un errore relativo percentuale del 2%. Calcola l'intervallo di incertezza associato a questa misura.*

17) *Supponi di aver misurato dieci volte la durata del periodo di oscillazione di un pendolo e di aver trovato i seguenti valori (in secondi):*
15,21; 15,43; 15,32; 15,50: 15,61; 15,45; 15,61; 15,24; 15,55; 15,48.
Calcola il valore più attendibile della misura, l'intervallo di incertezza associato alla misura e l'errore assoluto.

18) *Il tempo di caduta di un oggetto viene misurato 50 volte con un sistema capace di apprezzare il centesimo di secondo. La tabella indica quante volte si è ottenuto uno stesso valore:*

valori (in s)	1,18	1.19	1.20	1.21	1,22	1.23	1,24	1,25	1,26
n. di volte	2	5	7	9	10	7	6	3	1

Disegna l'istogramma delle frequenze e determina il valore medio del tempo di caduta e l'errore massimo relativo.

19) *Le dimensioni a, b, e di un parallelepipedo vengono misurate con un errore relativo percentuale del 9% e la sua massa m con un errore del 15%. I valori misurati sono: a = 0,24 m, b = 0,21 m. e = 0,28 m, m = 14 kg.*
Calcola l'incertezza di ogni misura e la densità del parallelepipedo. (Per la definizione di densità vedi l'esercizio 12 del capitolo 3.)

20) *II volume di un piccolo oggetto pesante può essere misurato lasciando cadere l'oggetto in una provetta graduata in mm e contenente acqua. Il diametro interno della provetta misura 30 mm e il livello dell'acqua sale da 98 a 112 mm. Con quale errore percentuale si determina il volume del piccolo oggetto se ì valori dati sono affetti da un errore di ± 0,5 mm?*

21) *Due grandezze X e Y sono legale dalla relazione $Y = k\, X^n$. Verifica che, se X è nota con un errore relativo ε_r allora l'errore relativo su Y è $n\, \varepsilon_r$. Applica il risultato al calcolo del volume di un cubo il cui spigolo è (12 ±0,3) cm.*

22) *Il pavimento di una stanza misura 4,71 m in una direzione e 6,12 m nell'altra. Calcola la sua area con il numero corretto di cifre significative.*

23) *Il lato di un quadrato misura 0,135 m. Come si esprime la lunghezza della sua diagonale con il corretto numero di cifre significative?*

24) *Un giornale sportivo, riportando la vittoria di un ciclista, dice che questi ha percorso i 113 km della tappa in 2 ore 36 minuti e 41 secondi, alla media di 43.272 km/h. È corretta questa affermazione?*

25) *Un'aiuola ha la forma dì un triangolo rettangolo molto allungato. Il cateto maggiore è slato misurato con cura: è lungo 32,4 m. a meno di 10 cm. cioè con un errore relativo dello 0.3%: l'ipotenusa è lunga 33.2 m con lo stesso errore. Con quale precisione relativa si può calcolare l'area dell'aiuola?*
Suggerimento: utilizza una calcolatrice per calcolare il cateto minore in vari casi possibili e ricavane una misura dell'errore.

26) *Riferendoti nuovamente agli strumenti di misura esaminati nell'esercizio 2 del capitolo 3. confronta le loro caratteristiche di portata, precisione e sensibilità.*

27) *Come per l'esercizio precedente, confronta le caratteristiche di una bilancia da cucina e dì una bilancia pesapersone.*

***28)** Una sfera rotola lungo un piano inclinato. La lunghezza del piano, misurata con un'asta graduata in mm, risulta 1.780 m. Il tempo impiegato dalla sfera per percorrere il piano viene misuralo con un cronometro: per maggiore precisione, la misura viene ripetuta 20 volte, ottenendo i seguenti valori (in secondi):*

0,70 0.69 0,68 0.74 0,71 0,71 0,69 0,70 0.71 0,68 0,69 0,70 0,70 0.66 0,70 0.71 0,68 0,69 0,69 0,72

Qual è l'errore relativo percentuale commesso nel determinare la lunghezza del piano? Qual è il valore più probabile del tempo impiegato e con quale incertezza ha tale valore? Qual è il valore della velocità media della sfera (ottenuta dividendo la lunghezza del piano per il tempo impiegato), espresso con il numero corretto di cifre significative?

***30)** Un automobilista viaggia in autostrada mantenendo costante la velocità: il tachimetro indica 120 km/h con un'indeterminazione del 5%. La lunghezza del percorso è desumibile da una carta stradale, sommando un certo numero di distanze parziali espresse in km: 5, 20.15, 38, 7, 25, 21. 14, 37, 8. Quanto tempo impiegherà l'automobilista?*

***31)** Si usa una livella a bolla lunga 30 cm per stabilire se la superficie di un tavolo da 150 cm è piana. La bolla, per un angolo di 0,5° rispetto all'orizzontale, si sposta di 1 mm. Se spostamenti della bolla minori di 1/5 mm sono inapprezzabili, quanto può essere il dislivello tra i due estremi del tavolo, se la livella appare sempre in piano?*

***32)** Si ipotizza che tra due grandezze x e y valga la relazione $y = k\ x^3$ con k costante, pari a 5,0. Si misurano quindi i seguenti valori delle due grandezze, in un sistema coerente di unità di misura, intendendo che tutte le cifre riportate siano significative:*

x	y
1,23	9.23
2,46	73,8
5,8	$1{,}01\ x10^3$
12,1	$8{,}36\ x\ 10^3$

Che cosa si può dire circa la verifica sperimentale della legge?

***33)** Un signore molto metodico segue sempre la stessa strada per recarsi in ufficio e tornare a casa, annotandosi di giorno in giorno il tempo impiegato e il numero di passi fatti.*

		Andata		Ritorno
	(min)	(passi)	(min)	(passi)
Lunedì	12,3	1312	12,0	1237
Martedì	11,9	1267	12,2	1280
Mercole	12,1	1222	11,8	1256
Giovedì	11,7	1278	12,2	1187
Venerdì	12,3	1199	12.4	1230

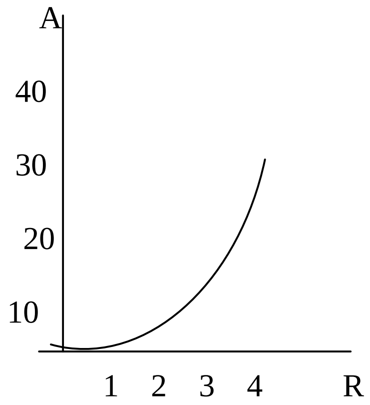
Una domenica, su una strada di campagna, mentre cammina con lo stesso ritmo di ogni giorno, constata che in un km dì strada ha fatto 1528 passi. Cosa può dire -sulla distanza tra casa e ufficio? -sulla sua velocità media in km/h? Determina poi l'errore quadratico medio e l'errore relativo con cui si è determinata la distanza tra casa e ufficio.

Soluzioni

1)

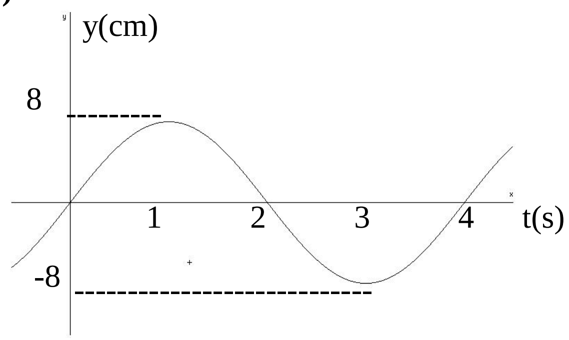
$C=2\pi R \quad A=\pi R^2$

R (m)	A(m^2)
1	3.14
2	12.56
3	28.26
4	50.24



L'area aumenta in modo proporzionale al quadrato del raggio, graficamente ciò si traduce nella figura mostrata fianco che si chiama: parabola.

2)

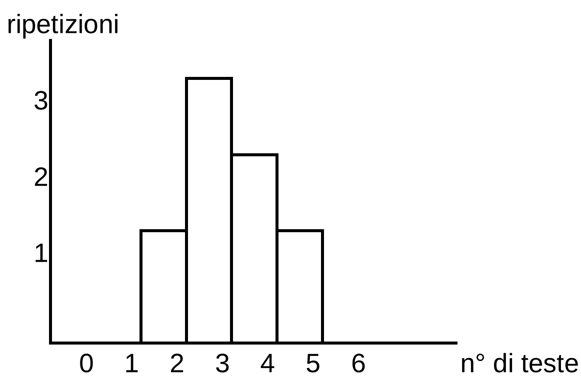


$t_1 = 3$ s $\quad y_1 = -8$ cm
$t_2 = 1.5$ s $\quad y_2 = 6$ cm
$t_3 = 4$ s $\quad y_3 = 0$ cm

3)

Lanci	n° di teste
1°	3
2°	4
3°	2
4°	3

Istogramma



4)

$y=k/x$ x) 1.2 ; 2.15 ; 3.00 ; 4.10

y) 2.68 ; 1.48 ; 1.08 ; 0.77

$k_i=y_i\, x_i$

$k1=1.2 \cdot 2.68 = 3.22$ $k2=2.155 \cdot 1.48 = 3.18$ $k3= 3 \cdot 1.08 =3.24$ $k4=4.1 \cdot 0.77=3.16$

$k_{medio} = (3.22+3.18+3.24+3.16) / 4 = 3.2$ s

5)

Fattore di indeterminazione = strada effettivamente seguita per la misura – non è unica: qual'è il punto di partenza? e quello di arrivo?

Il numero è puramente una stima della distanza, accurata al km.

6)

10 min/giorno = 600 s / 24 h

a) 600(s) : 24(h) = x(s) : 3(h) da cui $x(s) = 600 \cdot 3/24 = 75$ s

Quindi ogni 3 ore il tempo in eccesso segnato dall'orologio è di 75 s.

b) L'errore è chiaramente di tipo sistematico

7)

Il volume del barattolo non è completamente riempito dai fagioli ma c'è anche dell'aria. Si può ovviare a ciò mettendo dell'acqua e misurando tale volume in modo da poter risalire al volume dei fagioli.

8)

a) Errore casuale è quello dovuto al via e allo stop del cronometro.

b)Errore sistematico è quello dovuto al tempo di reazione dell'osservatore (in genere qualche frazione di secondo)

9)

1° misura 5730 ± 1 $\varepsilon_r = 1/5730 = 0.00017$ questa è la misura più precisa

2° misura 34.5 ± 0.1 $\varepsilon_r = 0.1/34.5 = 0.0029$

3° misura 2400 ± 30 $\varepsilon_r = 30/2400 = 0.012$

10)

1° misura 12.0 ± 0.2 $\varepsilon_r = 0.2/12 = 0.17 = 1.7$ %

2° misura 2400 ± 30 $\varepsilon_r = 30/2400 = 0..012 = 1.2$ % questa è la più precisa

11)

15.0 ± 0.5 $\varepsilon_r = 0.5/15 = 0.33 = 3.3\%$

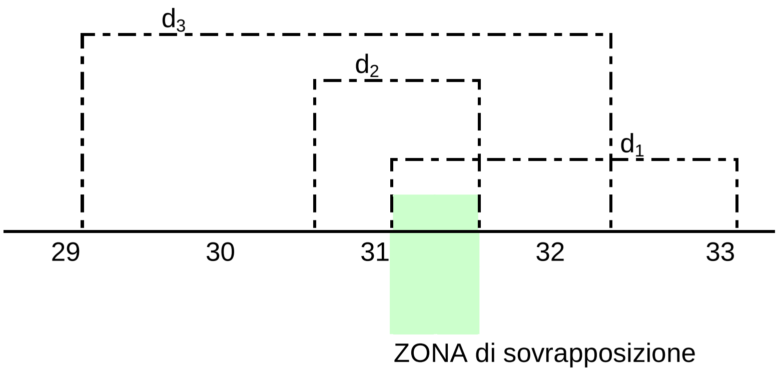
14.80 ± 0.25 $\varepsilon_r = 0.25/14.8 = 0.017 = 1.7\%$ questa è la più precisa

12)

Il tempo di rotazione della ruota – a parità di potenza impegnata - è minore se è sgonfia perché è maggiore l'attrito e quindi va più piano rispetto alla ruota gonfia. Ma la velocità indicata dal tachimetro è comunque sempre quella della ruota!

13)

d_1 = 32.2 ± 0.8 cm
d_2 = 31.1 ± 0.8 cm
d_3 = 30.7 ± 1.5 cm



Ora come si vede non si può dire con certezza che il palloncino si sta sgonfiando in quanto le misure hanno in comune l'intervallo compreso tra 31.4 e 32.2 cm in cui potrebbe cadere il valore vero del diametro del palloncino. La probabilità che il valore vero sia comprso fra 31.4 e 32.2 è bassa.

14)

L'errore della stima della durata del mese sinodico è 0.01 giorni ossia circa 15 min.
L'accuratezza è il doppio di εr : accuratezza = $2\varepsilon r$ = 2·0.01= 0.02 giorni ≈ ½ ora (cf. es. 17)

15)

$\varepsilon_r = \varepsilon_m /x$=5%=0.05 ε_m=12·0.05=0.6 Quindi intervallo di certezza ± 0.6

16)

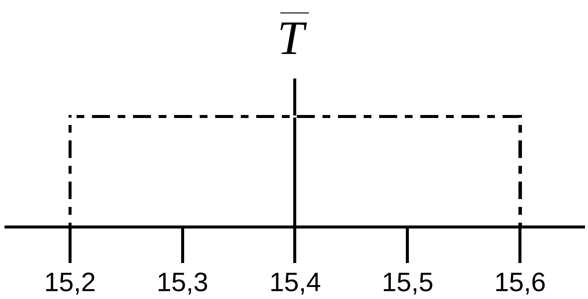
T=15.6 s $\varepsilon_r = \varepsilon_m /x$=2%=0.02 ε_m =0.02·15.6=0.312 pertanto l'errore da associare a t è 0.3 quindi: t=15.6±3 s

17)

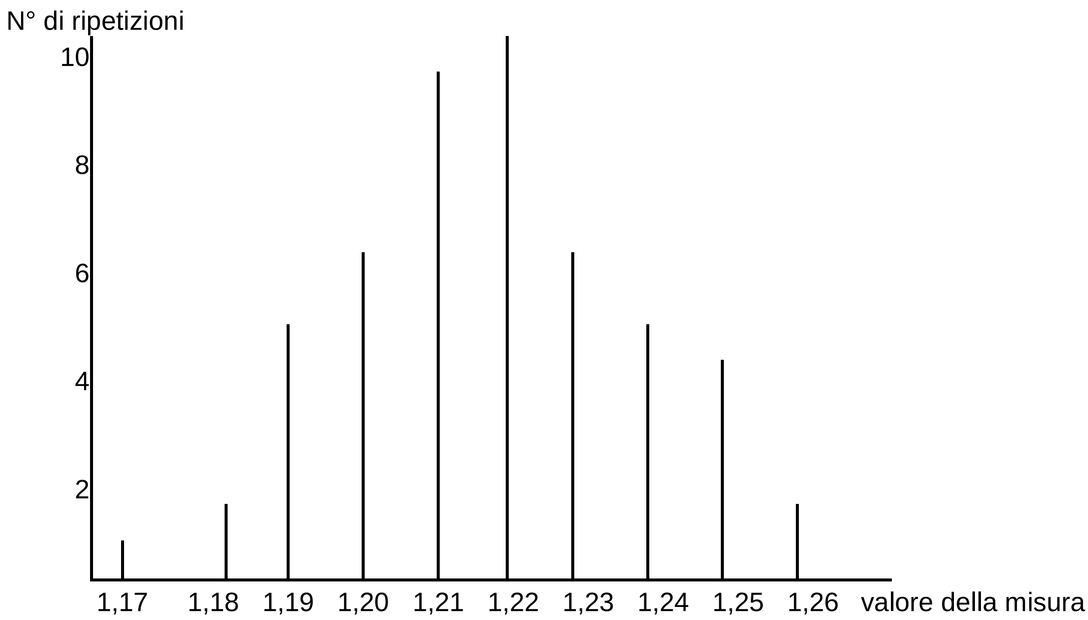
$\overline{T} = \frac{\Sigma T_i}{N}$ = 15.21+….+15.48/10=15.44 s

ε_m = (T_{max} - T_{min}) /2 = (15.61 – 15.21)/2 = 0.2

$\overline{T} \pm \Delta T$ =
15.4 ± 0.2



L'incertezza della misura è il doppio di ε_m: in questo caso vale 0.4 s



18)

$\bar{t}$ = (2·1.18+5·1.19+7·1.2+9·1.21+10·1.22+7·1.23+6·1.24+3·1.25+1·1.26)/50 = 1.22 s

$\varepsilon_m = t_{max} - t_{min} / 2 = 0.04$ $t = \bar{t} \pm \Delta t$ cioè, nel nostro caso: t= 1.22±0.04 s

19)

a=0.24±0.02 m $\varepsilon_m = 0.24 \cdot 0.09 = 0.02$ $\varepsilon_r = 9\%$
b=0.21±0.02 m $\varepsilon_m = 0.21 \cdot 0.09 = 0.02$ $\varepsilon_r = 9\%$
c=0.28±0.03 m $\varepsilon_m = 0.28 \cdot 0.09 = 0.03$ $\varepsilon_r = 9\%$

m = 14 ± 2 kg $\varepsilon_m = 14 \cdot 0.15 = 2$ $\varepsilon_r = 15\%$

d = M/V = (M±ΔM) / (V±ΔV)

V = abc = 0.014 m^3 (2 cifre significative) $\Delta V = \bar{S}\Delta c + \bar{c}\Delta S$ = 0.04

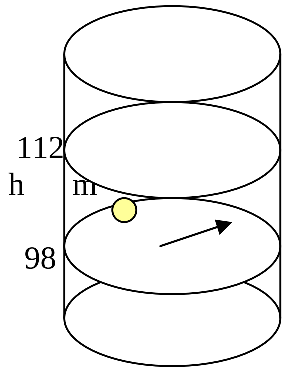
$\bar{S}$ = ab = 0.05 $\Delta S = a\Delta b + b\Delta a$
=0.24·0.02+0.021·0.02=0.009

V = 0.014±0.004 m^3 $\varepsilon_r = 2.9\%$

d = (14±2) / (0.014±0.004) = 1000 ± 1000 (2/14 + 0.004/0.014) = 1000 ± 428 kg

d = 1000± 428 kg $\varepsilon_r = 4.3\%$

20)



$d = 2R = 30 \cdot 10^{-3}$ m

$h = 112 - 98 = 14 \cdot 10^{-3}$ m

$d = 30 \pm 0.5$ mm $\quad R = 15 \pm 0.5$ mm

$h = (112 \pm 0.5) - (98 \pm 0.5) = 14 \pm 1$ mm

l'errore si somma

$S = \pi R^2 = 707$ mm^2
$\Delta S = 2R \cdot \Delta R = 2.15 \cdot 0.5 = 15 \qquad V = S\,h = 707 \cdot 14 = 9898$ mm^2
$\Delta V = S\Delta h + h\Delta S = 707 \cdot 1 + 14 \cdot 15 = 917$

$V = 9898 \pm 917$ mm^3 $\quad \varepsilon_r = 917/\,9898 = 0.093 = 9.3\%$ $\quad$ ossia circa il 10%

21)

Errore assoluto:

Prodotto di due grandezze $\quad \Delta\,(ab) = a\,\Delta b + b\,\Delta a$
Prodotto di tre grandezze $\quad \Delta\,(abc) = \Delta\,(dc)$ dove $d = a\,b$ e $\Delta d = a\,\Delta b + b\,\Delta a$
$\Delta\,(dc) = c\,\Delta d + d\,\Delta c = c\,(a\,\Delta b + b\,\Delta a) + ab\,\Delta c$
$\Delta\,(abc) = ac\,b + cb\,\Delta a + ab\,\Delta c$

a)
$$\Delta\,(\underbrace{a\ a\ a\ a\ a\ a\ \ldots\ldots\ a}_{\text{n volte}}) = \Delta\,a^n = \underbrace{a\ a\ a\ldots}_{\text{n-1 volte}}\ \Delta a + a\ a\ a\ldots\ \Delta a + a\ a\ a\ldots\ \Delta a + \ldots\ldots + a\ a\ a\ldots\ \Delta a =$$

$$= n\,(a\ a\ a\ldots\ \Delta a) = n\,a^{n-1}\,\Delta a$$

Nel caso dell'esercizio $y = k\,x^{\,n}$
$\Delta y = k\,n\,x^{\,n-1}\,\Delta x$ $\quad$ in definitiva si ha $\quad (\varepsilon_r)_y = \Delta y\,/y = k\ n\,x^{\,n-1}\,\Delta x\ /\ k\,x^{\,n} = n\,x^{-1}\,\Delta x$
$= n\,\Delta x\ /\ x = n\,(\varepsilon_r)_x$

b) $\quad \ell = 12 \pm 0.3$ cm

$V = \ell^{\,3} = 12^3 = 1728$ cm^3 $\qquad (\varepsilon_r)_V = n\,(\varepsilon_r)_l = 3 \cdot 03/12 = 0.075$

$(\varepsilon_a)_V = V(\varepsilon_r)_V = 1728 \cdot 0.075 = 130$

Dunque $\quad V = 1728 \pm 130$ cm^3

22)

$\ell_1 = 4.71$ m
$\ell_2 = 6.12$ m $\qquad A = \ell_{1\,+}\,\ell_2 = 28.8$ m^2

23)

$\ell = 0.135$ $d = \sqrt{2}\,\ell = 0.191$ m

24)

$d = 113 \cdot 10^3$ m $t = 2^h 36^m 41^s = 9401$ s

Gli errori salvo avviso contrario vanno sempre intesi sull'ultima cifra significativa.

$d = (113 \pm 1) \cdot 10^3$ m $t = (94 \pm 1)$ s

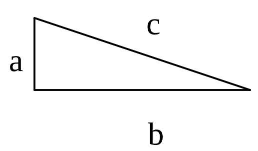
$v = d/t = 12.02 \pm 0.11$ m/s essendo $\bar{a}$ $\Delta v = \frac{d}{t}\left(\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta v}{v}\right)$ =0.11 m/s

$v = 43.3 \pm 0.4$ km/h

Se si ipotizza invece un errore di 500 m nella misura di d:

$\Delta v = \frac{d}{t}\left(\frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta v}{v}\right)$ = 12.02 (05/113 + 1/9401) = 0.05 m/s = 0.2 km/h : $v = 43.3 \pm 0.2$ km/h

25)



$a = \sqrt{(c^2 - b^2)}$

a) Calcoliamo il valore stremale di a nel caso di massima divaricazione dei valori di c e b:

$a_{max} = \sqrt{(c^2_{max} - b^2_{min})} = (33.3^2 - 32.3^2)^{1/2} = 8.10$

valore medio, più probabile, di a: $\bar{a} = \sqrt{\bar{c}^2 - \bar{b}^2} = 33.2^2 - 32.4^2)^{1/2} = 7.24$

La "distanza" fra $\bar{a}$ ed a_{max} ci da una stima dell'incertezza da associare ad a,

$\Delta a \approx a_{max} - \bar{a} = 8.10 - 7.24 = 0.9$ oppure $a_{min} = \sqrt{(c^2_{min} - b^2_{max})} = (33.1^2 - 32.5^2)^{1/2} = 6.27$

Con $\Delta a = (a_{max} - a_{min}) / 2 = 0.9$ per cui $a = 7.2 \pm 0.9$ m

b)

$A = ab/2 = 7.2 \cdot 32.4/2 = 116.6$ m^2 $\Delta A = (b\Delta a + a\Delta b)/2 = 14.9$

$A = 116.6 \pm 14.9$ m^2 con errore relativo $\varepsilon_r = 13\%$

26)

Si ricordi che la precisione è l'errore fratto il valor medio misurato

	portata	sensibilità	precisione
righello	20 cm	0,1 cm	1%
riga	1 m	0,1 cm	1%
metro	2 m	0,5 cm	0,5%
decametro (fettuccia)	20 m	10 cm	0,5%

27)

bilancia da cucina	5 kg	50 g	1%
bilancia pesa persone	100 kg	0,5 kg	0,5%

28)

Si può stimare come errore la "mezzatacca" ossia 0.5 mm.

a) $\ell = 1.780 \pm 0.0005$ m $\quad \varepsilon_r = 0.0005/1.780 = 0.03$ %

b) $\bar{t} = \frac{\Sigma t_i}{N} = \frac{0.70 + ... + 072}{20} = 0.70$ (2 cifre significative)

si potrebbe essere tentati di usare, per l'errore assoluto, la relazione della semidispersione:

$$\Delta t = \frac{t_{max} - t_{min}}{2} = \frac{0.74\text{-}0.68}{2} = 0.04$$

Ma in questo caso avendo a disposizione 20 misure
conviene usare lo scarto quadratico medio:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \overline{x})}{N}} = \sqrt{\frac{(0.70\text{-}0.70)^2 + ... + (0.72\text{-}0.70)^2}{20}} = 0.02$$ che è una stima migliore!

Pertanto avremo: $t = 0.70 \pm 0.02$ s con $\varepsilon_r = 3\%$

c) $v = \ell/t = 1.780/0.70 = 2.6$ m/s

$\Delta v = \frac{\ell}{t}(\frac{\Delta \ell}{\ell} + \frac{\Delta t}{t}) = 0.1$; $\quad v = 2.6 \pm 0.1$ m/s $\quad$ con $\varepsilon_r = 4\%$

30)

v= 120 km/h $\quad \varepsilon_r = 5\%$ $\longrightarrow$ $\Delta v = 120 \cdot 0.05 = 6$ km/h; v=120±6 km/h

$\ell_1 = 5$; $\ell_2=20$; $\ell_3=15$; $\ell_4= 38$; $\ell_5=7$; $\ell_6=25$; $\ell_7=21$; $\ell_8=14$; $\ell_9=37$; $\ell_{10}=8$
($\Delta \ell_i = 0.5$)

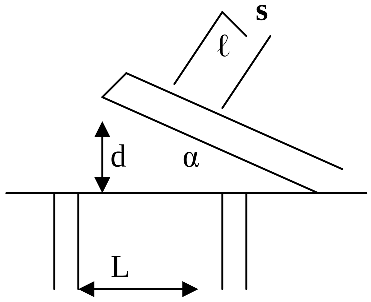
$\ell = \Sigma \ell i = 190$ km $\quad \Delta \ell = \Sigma(\Delta \ell i) = 0.5 \cdot 10 = 5$ km

$\ell = 190 \pm 5$ km

$t = \ell/v = 190/120 = 1.58 \quad \Delta y = \frac{\ell}{v}(\frac{\Delta \ell}{\ell} + \frac{\Delta v}{v}) = 0.12$

per cui $t = 1^h\ 35^m \pm 7^m$ o anche $1^h\ 28^m \leq t \leq 1^h\ 42^m$

31)



$\ell = 0.3$ m $\quad\alpha = 0.5°$
L = 1.5 m $\quad$ s = 1 mm

Calcoliamo l'angolo minimo sotto il quale la bolla non si muove: $(10^{-3} / 5) : x° = 10^{-3} : 0.5°$ da cui $x° = 0.1°$
Quindi per $\alpha \leq 0.1°$ la bolla appare ferma.

Se la bolla appare ferma vuol dire che su 30 cm il dislivello del tavolo può essere al massimo di 0.1° ossia d=30· sin 0.1° = 0.05 cm e su 1.5 m sarà d = (150/30) · 0.05 = 0.25 cm = 2.5 mm

32)

X	X^3	kX^3	Y	Δ
1.23	1.86	9.30	9.23	0.07
2.46	14.88	74.4	73.8	0.6
5.8	195	$0.976\cdot 10^3$	$1.01\cdot 10^3$	0.03
12.1	1771	$8.66\cdot 10^3$	$8.36\cdot 10^3$	0.5

Dunque si può dire che entro un errore di 0.5 la legge $Y = kX^3$ è rispettata.

33)

$$\bar{t} = \frac{\Sigma t_i}{N} = \frac{12.3 + ... + 12.4}{10} = 12.1$$

n° passi = (1312 +…+1230) / 10 = 1247

$10^3 : 1528_{\text{passi}} = x_{\text{passi}} : 1$ $\quad x_{\text{passi}} = 0.654$ m: $\quad$ distanza Casa-Ufficio = 1247 · 0.654
= 816 m

v= d/t = 816(m) / 21.1 (min) = 816 (m) / 726 (s) = 1.12 m/s = 4.05 km/h

Stimando l'errore come ½ passo e per il tempo il decimo di secondo

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \overline{x})}{N}} = \sqrt{\frac{1313\text{-}1247}{10}} = 36.6\, passi$$

n° passi Casa-Ufficio = 1247 ± 37

Essendo un passo = 0.654 m l'errore sulla distanza è di 36.8 · 0.654 = 24 m; quindi

d = 816 ± 24 m con $\varepsilon_r = 3\%$

Oppure:

n° passi Casa-Ufficio = 1247±37 $\quad$ 1 passo = 10^3 / (1528±0.5) = 0.654

$$\Delta(1\text{passo}) = 0.654\left(\frac{\Delta(10^3)}{10^3} + \frac{0.5}{1528}\right) = 0.654\left(\frac{0}{10^3} + \frac{0.5}{1528}\right) = 0.00021$$

d(casa-Uff)= (1247±37)· (0.654·0.00021) = 816 m

Δd = 816 (37/1247 + 0.00021/0.654) = 24 m $\quad$ d = 816 ± 24 m $\quad$ con $\varepsilon_r = 3\%$

VOL. 1 – Meccanica - CAP. 1
Il moto uniforme

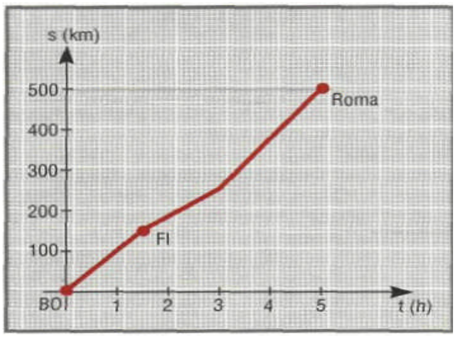
1) *Come puoi definire un sistema di riferimento all'interno della tua aula?*

2) *La seguente tabella indica i tempi fatti registrare da un pilota in una gara automobilistica:*

distanza	*intervallo di tempo*
primo giro	*40,3 s*
secondo giro	*40,8 s*
terzo giro	*40,0 s*
quarto giro	*40,4 s*

In un diagramma cartesiano riporta sull'asse delle ordinate le posizioni successive del pilota e. sull'asse delle ascisse, gli istanti corrispondenti, sapendo che la pista è lunga 1500 m.

3) *I grafico seguente rappresenta lo spostamento di un'automobile che parte da Bologna alle ore 10 per Roma. A quale ora l'automobile passa per Firenze?*



4) *La seguente uguaglianza mette in relazione la posizione x occupata da un treno (a partire, per esempio, dalla stazione di Milano) con l'istante t nel quale raggiunge tale posizione: $x = 20\ t$ dove x è espresso in metri e r in secondi.*
Rappresenta questa legge del moto in un diagramma cartesiano.

5) *Un aeroplano percorre con moto uniforme 1800 km in 2 ore e 15 minuti. Calcola la sua velocità in km/h e in m/s.*

6) *Un fulmine cade a 1 km di distanza. Sia la luce che il suono viaggiano di moto uniforme alla velocità, rispettivamente, di 3.0×10^5 km/s e 344 m/s. Quanto tempo passa prima di vedere il lampo? E prima di sentire il tuono?*

7) *Quale distanza percorre in 1,00 minuti un'automobile che sì sta muovendo a 100 km/h?*

8) *La Luna dista dalla Terra 3.8 x 10^8 m. Sapendo che la luce viaggia alla velocità costante di 3.0 x 10^5 km/s, quanto tempo impiega per percorrere la distanza Terra-Luna? Quanti secondi-luce dista la Luna dalla Terra?*

9) *Il rintocco di una campana lontana 1 km indica che è mezzogiorno in punto. In realtà quando sento il suono che ore sono?*
Suggerimento: per arrivare dalla campana al mio orecchio il suono impiega un certo tempo, visto che sì muove nell'aria alla velocità di 344 m/s.

10) *Un concerto per violino viene trasmesso alla radio. Due persone seguono il concerto, il primo in sala, seduto a 30 metri dal violinista, il secondo alla radio, a 8000 km di distanza, A che distanza dalla radio è seduto il secondo ascoltatore perché i due odano simultaneamente un accordo? La velocità di propagazione delle onde radio è di 3,0 x 10^8 m/s e quella del suono, supposta uguale nella sala da concerto e nella sede dove si trova l'apparecchio radio, è di 344 m/s,*

11) *In una città due località periferiche sono collegate da una linea di metropolitana e da un autobus urbano. Per compiere il percorso di andata e ritorno in autobus si impiegano 1 ora e 10 minuti; andando in metropolitana e ritornando in autobus, il tempo necessario si riduce a tre quarti d'ora.*
Quanto tempo ci vorrebbe usando la metropolitana sia all'andata che al ritorno? Risolvi nell'ipotesi che tutti i mezzi impieghino sempre lo stesso tempo per il percorso e che i tempi di andata e di ritorno siano eguali.

12) *Un viaggiatore osserva dal finestrino del treno in corsa il passaggio di un treno che procede in senso inverso. Sapendo che su quel tratto di linea tutti ì treni tengono una velocità di 120 km/h, valuta la lunghezza del treno visto dal finestrino se ha impiegato 4,0 secondi per passare.*

13) *In un aeroporto un nastro trasportatore consente, a chi sta fermo in piedi su di esso, di percorrere il corridoio di separazione fra due edifici in 2.0 minuti. Camminando normalmente, il corridoio può essere percorso in 5,0 minuti: quanto tempo è necessario per compiere il tragitto a un viaggiatore che ha fretta e che cammina lungo il nastro trasportatore?*

14) *Un corridore si allena su pista mantenendo costante la propria velocità. A un certo punto (origine delle posizioni) fa partire il cronometro per controllare la velocità tenuta. Dopo 25 s ha percorso 75 m. Determina la velocità del corridore, scrivi la legge del suo moto e calcola la posizione che avrà raggiunto all'istante 65 s.*

15) *In un intervallo di 12 s un punto materiale in moto rettilineo uniforme percorre una distanza di 32 m. Il punto passa per l'origine delle posizioni all'istante 3.2 s. Scrivi la legge del molo del punto. Determina l'istante in cui il punto transita a 7.4 m* *dopo l'origine. Determina la posizione del punto rispetto all'origine quando il cronometro è stato avviato.*

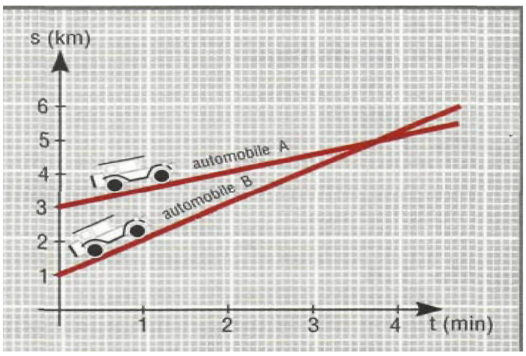
16) *Un carrello viene fatto procedere a velocità costante lungo una rotaia rettilinea,su cui è stato posto un indicatore dell'origine delle posizioni. Per rilevare le caratteristiche del moto del carrello uno studente fa partire il suo cronometro quando il fronte del carrello ha superato l'origine di 20 cm: inoltre osserva che il fronte del carrello passa a 140 cm dall'origine all'istante 4.0 s. Scrivi la legge del moto del carrello e determina l'istante in cui il fronte del carrello si troverà a 200 cm dall'origine.*

17) *Un punto materiale si muove su traiettoria rettilinea a velocità, costante, di 4.5 m/s. Si comincia a rilevare il moto del punto all'istante 5,2 s. quando esso ha oltrepassato l'origine di 15 m. Scrivi la legge del moto e determina dove si trovava il punto all'istante t = 0,0 s e l'istante in cui è passato per l'origine delle posizioni.*

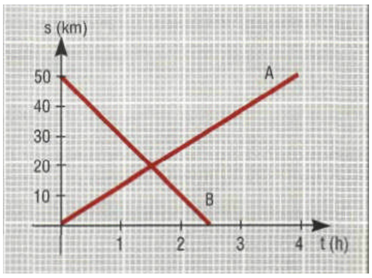
18) *Un autobus urbano oltrepassa la linea di un se maforo posto su un rettilineo, procedendo a velocità costante di 40 km/h. Dopo 10 s un'automobile, che procede a 45 km/h, raggiunge la linea del semaforo e la oltrepassa senza modificare la propria velocità. Riesce l'automobile, senza aumentare la velocità, a raggiungere l'autobus prima del semaforo successivo, posto a 500 metri dal primo? (Considera la distanza fra la parte frontale dell'auto e quella posteriore dell'autobus.)*

19) *Disegna in un diagramma spazio-tempo le posizioni occupate successivamente da una bicicletta che si muove di moto uniforme alla velocità di 50 km/h per 40 minuti. Sull'asse delle ascisse riporta gli istanti in minuti.*

20) *Che cosa succede nel punto in cui si incrociano le due rette mostrate nella figura riportata nella colonna seguente? Calcola la velocità delle due automobili.*



21) *II grafico seguente rappresenta il moto di due ciclisti, il ciclista A parte da Bologna verso Modena alle ore 10. Il ciclista B parte alla stessa ora da Modena verso Bologna. Calcola la velocità dei due ciclisti e l'istante in cui si incontrano. In base al grafico determina la legge del moto di ciascuno dei due ciclisti.*

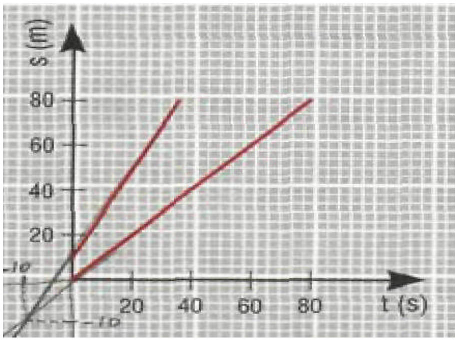


22) *Le posizioni di due ciclisti a istanti successivi sono registrate nella tabella sotto.*

t(s)	$x_1(m)$	$x_2(m)$
0	*2*	-
5	*42*	-
10	*82*	*0*
15	*122*	*50*
20	*162*	*100*
25	*202*	*150*

Disegna un grafico che rappresenti il moto dei due ci clisti, scrivi la legge del moto di ciascuno di essi e sta bilisci l'istante di tempo in cui il secondo ciclista supera il primo.

23) *Nel diagramma spazio-tempo è rappresentato il moto di due veicoli. In base alla scala indicata per ciascun asse, determina la legge del moto di ciascun veicolo. Se è valida l'ipotesi che il moto fosse uniforme anche prima dell'inizio del rilevamento, quanto tempo prima di tale inizio i due veicoli si trovavano nella stessa posizione?*



24) *Carlo e Filippo decidono di fare una gara, partendo simultaneamente dagli estremi opposti di una pista lunga 100 m rettilinea. Carlo percorre il primo tratto di pista alla velocità di 3.4 m/s in 15 s e il secondo tratto alla velocità di 4,9 m/s in 10 s. Filippo, invece, mantiene una velocità costante lungo tutto il percorso, pari alla velocità media di Carlo.*
Chi dei due vince la gara? Dopo aver disegnato il grafico della posizione di Carlo e Filippo in funzione del tempo, determina quanto tempo dopo la partenza i due amici si incontrano.

***25)** Anna e Lucia, che abitano a 15 km di distanza su strada, decidono di incontrarsi e partono dalle rispettive case in bicicletta, Anna parte alle 16 e 18 minuti e tiene una velocità di 20 km/h: Lucia parte da casa alle 16 e 24 minuti e tiene una velocità di 25 km/h. A che ora si incontrano e in quale posizione?*

***26)** La pantera, per brevi tratti, può tenere una velocità di 100 km/h, ma poi deve fermarsi. L'antilope, invece, può raggiungere in corsa una velocità massima di 85 km/h, ma riesce a mantenerla piuttosto a lungo. A che distanza dall'antìlope deve scattare la pantera se vuole prenderla? Supponi che la pantera tenga la sua massima velocità durante tutto l'inseguimento e che debba fermarsi dopo 20 secondi di corsa.*

***27)** In un cortometraggio il topo armato di arco e frecce minaccia il gatto che fugge. Quando il gatto ha solo 10 metri davanti a sé per raggiungere la salvezza, il topo si ferma, a 40 m dal gatto, e scocca una freccia. La freccia vola dritta verso il bersaglio, a 65 m/s: quale velocità deve superare il gatto per salvarsi?*

***28)** Un automobilista in autostrada inizia il sorpasso di un veicolo quando si trova a 10 m di distanza da esso e inizia il rientro nella corsia di destra quando la parte anteriore del suo veicolo si trova a 20 m di distanza dalla parte anteriore di quello appena sorpassato. Tutta la manovra ha richiesto 12 s di tempo ed è stata condotta alla velocità di 120 km/h. Sapendo che l'altra macchina è lunga 4 m. determina la sua velocità.*

***29)** Due macchine sono collegate via radio. A un primo collegamento risulta che la distanza fra le due è di 30 km e che una di esse procede alla velocità di 80 km/h. A un secondo collegamento, dopo mezz'ora, risulta che la distanza fra le due macchine è ancora di 30 km. Sapendo che per tutto il tempo la velocità è stata mantenuta costante, quale è la velocità dell'altra macchina? (Distingui i due casi: la macchina della quale si vuoi conoscere la velocità precede (1) o segue (2) l'altra auto.)*

***30)** Un treno regionale è lungo 180 m e viaggia alla velocità di 84 km/h. Sul binario parallelo a quello su cui procede il primo treno passa un altro treno lungo 120 m che viaggia alla velocità di 110 km/h. Quanto tempo è necessario perché il binario accanto al primo treno sia completamente libero?*

***31)** Si narra che, nell'antichità, un re dovesse fare un lungo viaggio in carrozza, ma che non volesse rimanere senza notizie dalla sua capitale. Dispone allora che, ogni giorno all'alba, cominciando dopo 2 giorni, un cavaliere parta dalla capitale per raggiungerlo. La carrozza percorre ogni giorno 50 km (le strade erano disagiate) mentre il cavaliere riesce a percorrere 100 km. Determina il tempo che deve aspettare il re, fra l'arrivo di un cavaliere e l'arrivo del successivo.*

32) *Due ragazzi devono raggiungere nello stesso momento una località a 40 km di distanza, percorrendo una strada asfaltata nel più breve tempo possibile. Hanno un paio di pattini a rotelle, che decidono di usare a turno: quando uno pattina l'altro cammina: dopo un po' il primo lascia i pattini e si mette a camminare mentre il secondo, quando trova i pattini, li indossa e raggiunge il primo. E così via. Quando camminano tengono una velocità* $v_1 = 5$ *km/h, quando pattinano una velocità* $v_2 = 16$ *km/h. Quale sarà la velocità inedia che potranno tenere sull'intero percorso e per quanto tempo i pattini rimarranno fermi?*

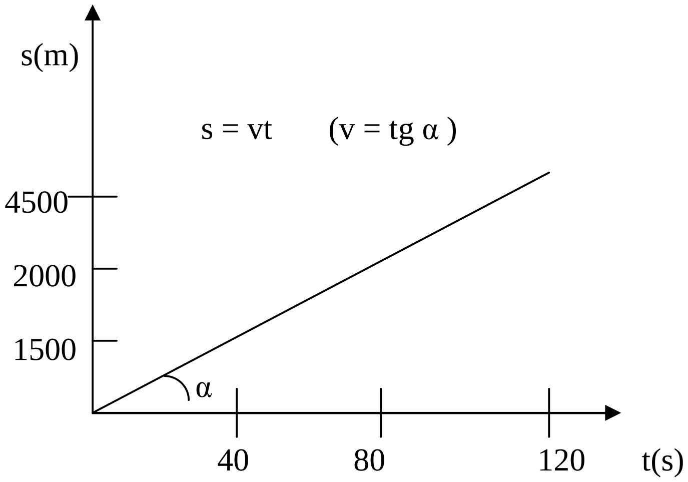
33) *(Dalla rivista ungherese Komal. n. 7, 1992.) Una bobina da registratore può essere ascoltata completamente in 30 minuti alla velocità di 4.75 cm/s. Quando la bobina è completamente avvolta, il suo diametro esterno è di 4,5 cm e quello interno di 2.0 cm. Stima lo spessore del nastro.*

34) *(Dalla rivista ungherese Komal, n. 10, 1994.) Due ragazzi si allenano in piscina: si tuffano insieme dagli estremi opposti della vasca e procedono a velocità costante: giunti in fondo, invertono il percorso e continuano a nuotare, ciascuno sempre con la propria velocità iniziale. Il primo incontro dei due avviene a 22 metri dall'estremo sud della vasca e il secondo incontro a 16 metri dall'estremo nord. Quanto può essere lunga la vasca?*

Soluzioni

1) Ad es. i tre spigoli, a partire da un vertice: due lati del pavimento ed uno della parete.

2)



Come si vede il moto è uniforme.

$v = \Delta x / \Delta t = \text{cost.}$

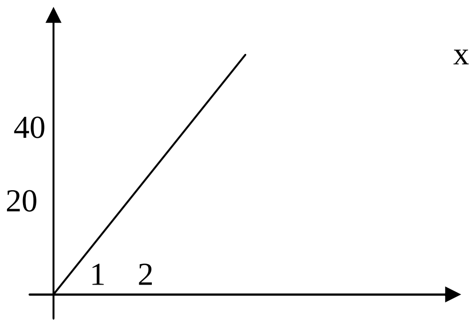
$\alpha = \text{cost}$

3)

Poiché si legge che l'automobile passa per Firenze 1 ora e mezza dopo la partenza, avvenuta alle 10, in quell'istante saranno le 11,30

4)

Trattasi dell'eq, di una retta che passa per l'origine con coeff. ang. pari a 20 (che ci dice che l'inclinazione è maggiore di 45°)



$x = 20\,t$

Per $t=1$ $x=20$
$t=2$ $x=40$

5)

$v = \Delta s / \Delta t = 1800(\text{km}) / 2^h 15^m = 800\text{km/h} = 222.2\ \text{m/s}$

6)

$\Delta t_1 = 1\ \text{km} / (3 \cdot 10^5)\ \text{km/s} = 3.3 \cdot 10^{-6}\ \text{s}$ Prima di vedere il lampo passano circa 3μs

$\Delta t_1 = 1\ \text{km} / 344\ \text{m/s} = 1000\ \text{m} / 344\ \text{m/s} = 2.9\ \text{s}$ Prima di udire il tuono passano circa 3 s

7)

$\Delta s = 100 \cdot (1000\ m / 3600\ s) \cdot 60\ s = 1.67 \cdot 10^3\ m = 1670\ km$

8)

a) $\Delta t = \Delta s / v = 3.8 \cdot 10^8\ m / 3 \cdot 10^5 \cdot 10^5\ m/s = 1.27\ s = 1.3\ s$ b) 1.3 secondi/luce

9)

$\Delta t = 1000\ m / 344\ m/s = 2.9\ s$ questo tempo va sommato all'ora indicata dall'orologio

$12^h\ 00^m\ 00^s + 0^h\ 0^m\ 2.9^s = 12^h\ 0^m\ 3^s$

10)

E' necessario che sia $\Delta t_1 = \Delta t_2$ dove $\Delta t_1 = \Delta s_1 / v_1$ (tempo impiegato dal suono per giungere alla prima persona)

e $\Delta t_2 = (\Delta s_2 / v_2) + (\Delta s_3 / v_1)$

$\frac{\Delta s_1}{v_1} = \frac{\Delta s_2}{v_2} + \frac{\Delta s_3}{v_1}$ dove il primo addendo è il tempo impiegato dalle onde radio per arrivare alla radio e il secondo addendo è il tempo impiegato dal suono per andare dalla radio alla seconda persona.

$$\frac{\Delta s_1}{v_1} = \frac{\Delta s_2}{v_2} + \frac{\Delta s_3}{v_1} \qquad \Delta s_3 = \left(\frac{\Delta s_1}{v_1} - \frac{\Delta s_2}{v_2}\right) v_1 = 21\ m$$

11)

L'autobus impiega 32 min per una corsa di andata o di ritorno con la metropolitana si impiega 10 min (45 – 35) perciò per l'andata e ritorno in metro occorrono 20 min.

12)

$\Delta s = v \cdot \Delta t = 240\ (100/3600) = 270\ m$

13)

$s_1 = v_1\ t_1$ con il nastro deve risultare $s_1 = s_2 = s_3$ $v_1 = s/2$
$s_2 = v_2\ t_2$ a piedi $v_2 = s/5$
$s_3 = (v_1 + v_2)\ t_3$ con entrambi

$s = (s/2 + s/5)\ t_3$ da cui $t_3 = 10/7 = 1.4$ min

14)

$v = \Delta s / \Delta t = 75/25 = 3\ m/s$; $s = 3\ t$ se $t = 65\ s$ allora $s = 3 \cdot 65 = 195\ m$

15)

$v = 32/12 = 2.7$ m/s $\quad s = v\,(t - t_o) \quad s = 2.7\,t - 2\cdot 3.2 = 2.7\,t - 8.6$

Se $s = 7.4$ m allora $t = (7.4 + 8.6)/2.7 = 5.9$ s

Se invece $t=0$ allora $s = -8.6$ m

16)

$v = (s_1 - s_0) / \Delta t = 0.3$ m/s ; $\quad s = s_0 + vt = 0.2 + 0.3\,t$; $\quad$ se $s=2$ $\quad t = (2-0.12)/0.3 = 6$ s

17)

$s = s_o + v(t - t_o)$ da cui $\quad s = 15 + 4.5\,(t-5.7) = 15 + 4.5\,t - 23.4 = 4.7t - 8.4$

se $t = 0$ allora si avrà $\quad s = -8.4$ m e se $s= 0$ allora $t = 1.9$ s

18)

Autobus $\quad s = 11\,t$

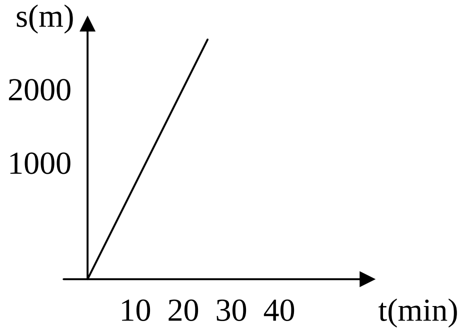
Auto $\quad s = 12.5\,t - 12.5\cdot 10$ (affinchè l'auto raggiunga l'autobus deve essere $t_1=t_2$)

Da cui:

$$\begin{cases} s = 11\,t \\ s = 12.5\,t - 125 \end{cases}$$
la cui soluzione è $t = 83$ s ed $s = 913$ m

Quindi l'auto non raggiungerà l'autobus prima del semaforo. Più precisamente quando l'autobus arriva al semaforo, l'auto dista ancora 55 m.

19)



20)

In quel punto le auto occupano la stessa posizione rispetto all'origine, nel medesimo istante di tempo, ovvero si incontrano:

$\Delta s_1 = 1$ km $\quad$ (4 km – 3 km)

$\Delta t_1 = 2$ min $\quad$ e quindi $\quad v_1 = \Delta s_1 / \Delta t_1 = 1$ km/2 min = 0.5 km/min

$\Delta s_2 = 1$ km $\quad$ (2 km – 1 km)

$\Delta t_1 = 2$ min $\quad$ e quindi $\quad v_2 = \Delta s_2 / \Delta t_2 = 1$ km/1 min = 1 km/min

21)

Dal grafico si legge che i due ciclisti si incontrano a $t = 1^h\ 30^m$ dalla partenza, quindi alle ore 11^h e 30^m

Da cui si ha: $\Delta s_B = -40$ km (10 km – 50 km) $\Delta t_B = 24$ per cui: $v_B = -40/24 = -20$ km/h

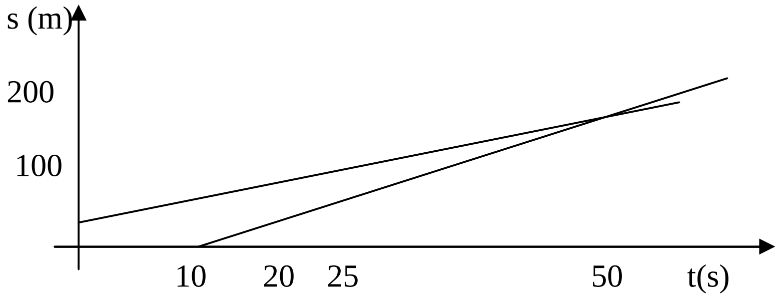
$\Delta s_A = 39$ km e $\Delta t_A = 34$ s per cui $v_A = 39/34 = 13$ km/h

Dunque le leggi del moto saranno: $\quad s_B = -20\,t + 50$ e $s_A = 13\,t$

22)

$v_A = \Delta s_A/\Delta t_A$ = 2000825 = 8 m/s $s_A = 2 + 8\,t$ e v_B = 100/10 = 10 m//s

Per cui si ha : $s_B = 10\,t - 10\cdot10 = 10\,t - 100$



risolvendo il sistema:

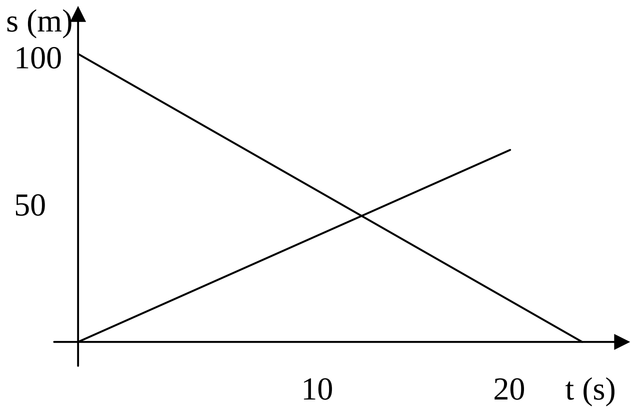
t = 51 s

Dunque il ciclista A raggiungerà e supererà B a t= 51 s

23)

Dal grafico si ha : Δs_1 = 40 m e Δt_1 = 20s quindi v = 1.8 m/s e $s_1 = 1.8\,t + 10$
e si ha anche Δs_2 = 40 m e Δt_2 = 40s con v_2 = 1 m/s quindi $s_2 = t$
Dovendo essere $s_1 = s_2$ cioè $10 + 1.8\,t = t$ si avrà $t = -13$ s

24)



Carlo cambia velocità quando ha percorso uno spazio pari a $s_{c1} = v_{c1} \cdot t_{c1} = 3.4\cdot15 = 51$ m
Quindi avremo due eq. del moto:

1) $s_1 = v_2\,t = 3.4\,t$
2) $s_2 = s_0 + v_2\,(t - t_0) = 4.9t - 22.5$

Mentre Filippo viaggerà ad una velocità
v_f = (3.4+4.9) / 2 = 4.15 m/s (e la mantiene per tutta la gara)
$s = s_0 - vt = 100 - 4.15\,t$

Essendo la legge oraria di Carlo divisa in due parti, bisogna mettere a sistema quella di Filippo con una delle due di Carlo, se non si ottiene un risultato accettabile allora occorrerà considerare l'altra eq.

$s' = 3.4\,t$
$s = 100 - 4.15\,t$ da cui $t = 13.2$ s

Il risultato è accettabile quindi non occorre considerare l'altra eq. del moto di Carlo. I due si incontreranno a 13.2 s dalla partenza quando il percorso è si s = 51 m

25)

Anna $s_A = v_A t = 20\,t$

Lucia $s_L = v_L (t - t_0) + s_0 = 15 - 25\,t + 25 \cdot 0.1 = 17.5 - 25\,t$

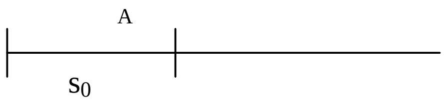
Imponendo $s_A = s_L$ si ha t = 23 min. Quindi si incontreranno alle ore $16^h\,41^m$ e la distanza sarà $s = 20 \cdot 0.3 = 7.8$ km Si incontreranno a 7.8 km dalla casa di Anna.

26)

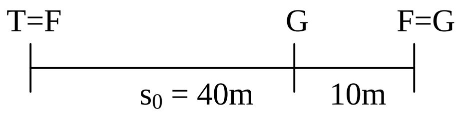
$s_1 = 27.8\ t$
$s_2 = 23.6\ t + s_0$

$s_1 = 27.8 \cdot 20$
$s_2 = 23.6 \cdot 20 + s_0$

da cui $s = 556$ m e $s_0 = 84$ m



27)

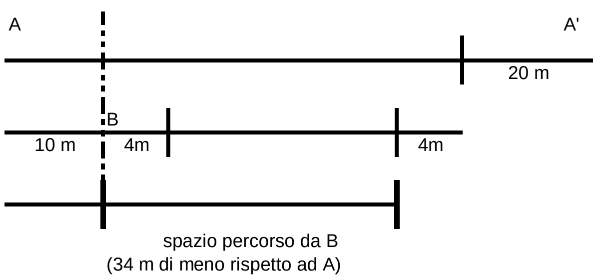


$s_f = v_f\ t$ e $s_g = s_0 + v_g\,t$

$50 = 65\,t$
$50 = 40 + v_g\,t$ da cui $t = 0.77$ s e $v_g = 13$ m/s

Quindi il gatto per salvarsi deve superare la velocità di 13 m/s

28)



$s_b = v_A\,t$
$s_b = v_b\,t + s_0$

ma $s_b = s_0 + 4 + 20 + v_b\,t$

$s_0 = 33.3 \cdot 12 = 400$ m
$400 = 10 + 4 + 20 + v_b \cdot 12$

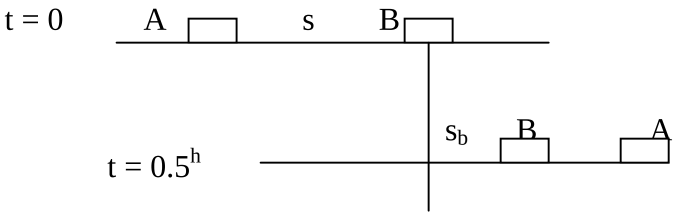
Da cui $v_b = 30.5$ m/s = 110 km/h

29)

Tre sono i casi possibili:

a) A e B nella stessa direzione con B davanti e v_a incognito

s = 30 km
v_b = 80 km/h



dopo mezz'ora B ha percorso uno spazio pari a $s_b = v_b\ t = 80\cdot 0.5 = 40$ km/h
ed A si trova ora davanti a B di s = 30 km, dunque avrà percorso $s + s_b = 100$ km in mezz'ora e la sua velocità sarà $v_a = 100/0.5 = 200$ km/h (v_a e v_b sono concordi).

b) A e B nella stessa direzione con B davanti e v_b incognito s = 30 km
v_a = 80 km/h

$s_b = v_b\ t$ ed $s_a = 2s + v_b\ t$; $v_a = s_a/t = (2s + v_b\ t) / t$
da cui $v_b = -40$ km/h (v_a e v_b sono discordi)

c)

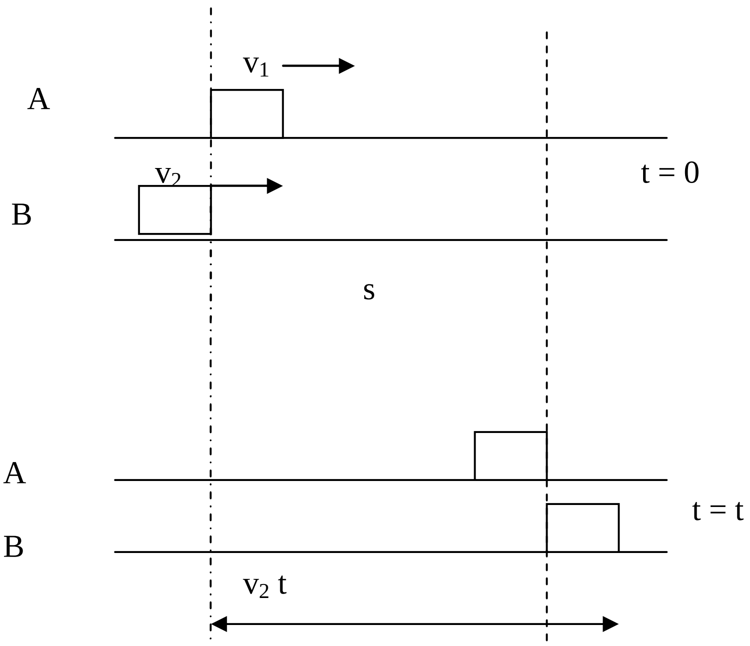
v_a e v_b nella stessa direzione e verso ma con posizione relativa immutata s = 30 km
v_a = 80 km/h

In questo caso è evidente che $v_a = v_b = 80$ km/h (v_a e v_b sono concordi).

d)

A e B nella stessa direzione con B davanti e v_a incognito
$v_a = v_b = 80$ km/h (v_a e v_b sono concordi)

30)



ℓ_1= 180 m
ℓ_2= 120 m

v_1 = 23.3 m/s
v2 = 30.6 m/s

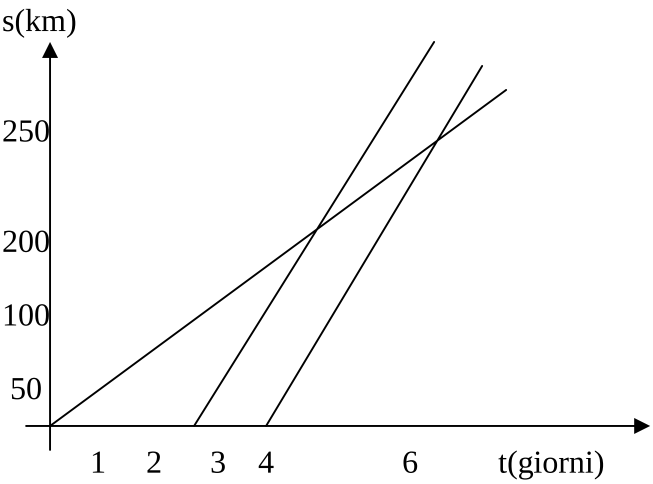
a) Dopo il tempo t, A ha percorso uno spazio pari a $s - \ell_1$ con $v_1 = (s - \ell_1) / t$
" B " $s + \ell_2$ con $v_2 = (s + \ell_2) / t$
la velocità relative dei due treni sarà $v_2 - v_1 = 7.22$ m/s
Da cui ricaviamo $t = (\ell_1 + \ell_2) / (v_2 - v_1) = 41.5$ s
Se i due treni invece viaggiano uno verso l'altro (velocità discordi) si avrà $v_1 + v_2$
e quindi $t = (\ell_1 + \ell_2) / (v_1 + v_2) = 5.6$ s

31)

inizio giorno 0 parte il Re
inizio giorno 1 s_1= 50 km
inizio giorno 2 s_2=100 km
 " " "

inizio giorno 2 parte C
inizio giorno 3 s_3= 100 km
inizio giorno 4 s_4=200 km

Graficamente



l'eq. oraria del 1° cavaliere è $s_c = v_c\ (t - t_0) = 100$ (km/giorni) · (t – 2) (giorni)
 " " Re è $s_r = v_r\ t$
Essi si incontreranno quando $s_r = s_c$; $100\ (t - 2) = 50\ t$ da cui $t = 4$ g

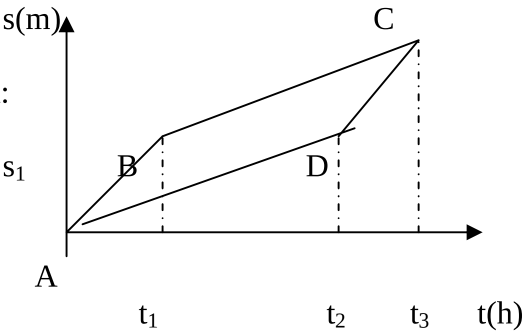
Per il secondo cavaliere la situazione è la seguente $s_c = v_c\ (t - 3)$ e $s_r = v_r\ t$ da cui $t = 6$ g

Da questi risultati si evince che i cavalieri incontreranno il Re ogni due giorni.

32)

$s = 40$ km/h
$v_1 = 5$ km/h
$v_2 = 16$ km/h

Poiché il numero dei cambi è arbitrario, ossia è ininfluente ai fini della soluzione del problema, nulla ci vieta per semplicità immaginare che avvenga un solo cambio:



Essendo ABCD un parallelogrammo si ha:

AB = DC $\quad t_1 = t_3 - t_2$
BC = AD $\quad t_2 = t_3 - t_1$

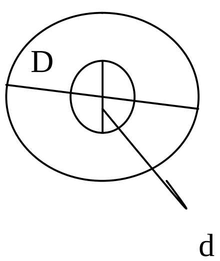
L'eq. oraria di Moe sarà $\quad v_2 \cdot t_1 + v_1 \cdot t_2 = s \quad$ (1)

che è un'eq. con due incognite, t_1 e t_2
Ora occorre chiedersi che relazione c'è tra t_1 e t_2
Basta considerare le due eq. $s_1 = v_2 \cdot t_1$ e $s_1 = v_1 \cdot t_2$; cioè si ha: $t_1 = (v_1/ v_2) / t_2$

Allora la (1) diventa: $v_2 \cdot (v_1 t_2)/ v_2 + v_1 t_2 = s$; $2 v_1 t_2 = s$ cioè $t_2 = s/2v_1 = 4$ h
ed allora t_1 sarà: $t_1 = (v_1 / v_2) t_2 = 5/16 = 1.25$ h
In definitiva il tempo totale di Moe che è anche quello di Joe è: $t = 5.25$ h
la velocità media è $v_{ave} = s_{tot} / t_{tot} = 40/5025 = 7.6$ km/h

Invece il tempo in cui i pattini sono fermi è dato da $t_2 - t_1$, come si evince dal grafico, che vale 2.75 h cioè 2 ore e 45 min.

33)

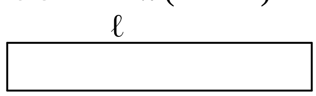


$D = 4.5$ cm $\quad t = 30$ min
$d = 2.0$ cm $\quad v = 4.75$ cm/s

La lunghezza del mastro sarà
$s = v\, t = 4.75 \cdot 1800 = 8550$ cm $= 85.5$ m

L'area del settore circolare cioè l'area occupata dal nastro è $\quad A = \pi (R^2 - r^2) = 12.75\ cm^2$

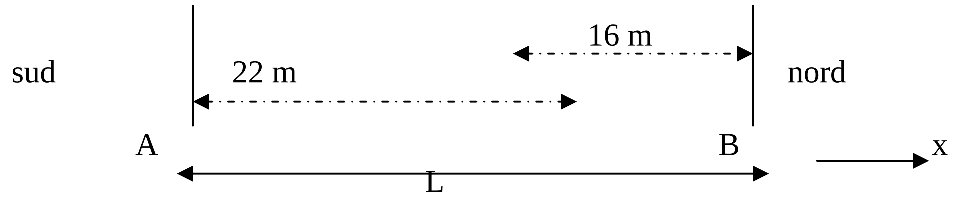
Il nastro srotolato è una fettuccia di spessore Δs



$A = \Delta s \cdot \ell$

$\Delta s = 12.76 / 8550 = 15 \cdot 10^{-6}$ m $= 0.015$ mm $\qquad$ cioè circa 2/100 di mm!!

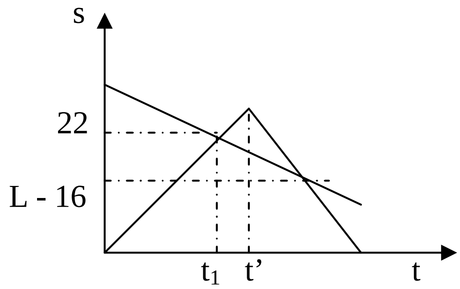
34)



I° caso)

1° tratto

Le eq. di A e B sono: $s_A = v_A\, t$ e $s_B = s_o - v_B\, t$ (con $s_o = L$); graficamente



$t = s_A / v_A$

$s_B = L - v_B \cdot s_A / v_A$ da cui

$v_B = (L-22)\, v_A / 22$ (essendo $s_A = s_B$=22m)

2° tratto

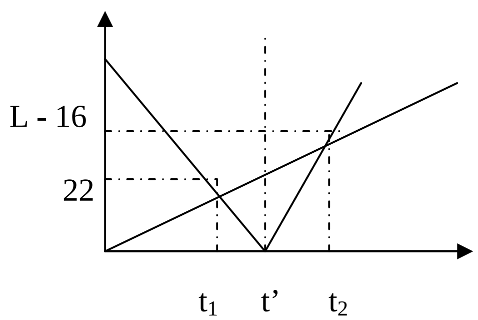
$s_A = L - v_A\,(t-t')$ $s_A = L - v_A\,((L - s_B)/ v_B - t)$ con $s_A = s_B = L - 16$

$s_B = L - v_B\, t$ $t = (L - s_B) / v_B$

… $L^2 - 6L - 704 = 0$ $L = \begin{cases} 29.7 \\ -23.7 \end{cases}$ NON ACCETTABILE

Dunque la prima soluzione è L = 30 m

II° caso)



1° tratto

$s_A = v_A\, t$

$s_B = L - v_B\, t$

$v_B = ((L - 2L) /22)\, v_A$

2° tratto

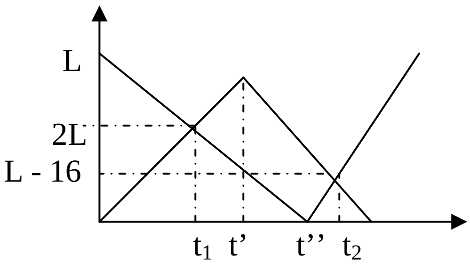
$s_A = v_A\, t$ $t = s_A / v_A$ con $s_A = s_B = L - 16$ …. $L^2 - 82\,L + 704 = 0$

$s_B = v_B\,(t-t')$ $s_B = v_B\,(s_A / v_A - t')$

$L = \begin{cases} 72.2 \text{ m} \\ 9.7 \text{ m} \end{cases}$ - non accettabile.

Quindi al seconda soluzione è L = 72 m

III° caso)



1° tratto

$v_B = v_A$ (L -2L) / 22

2° tratto

$s_A = L - v_A (t - t')$ $t = (L - s_A) / v_A$

$s_B = v_B (t - t'')$ L – 16 = ….

da cui si ha $L^2 - 50\,L = 0$ L=0 e L = 50

Quindi la terza soluzione è L = 50 m