GIANCARLO BUCCELLA

Esercizi svolti di fisica

dal testo

CONSIGLI PER LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

Riguardo alla soluzione dei problemi di Fisica, si consiglia quanto segue:

1) Leggere attentamente il testo del problema.

2) Preparare un elenco complete delle quantità date (note) e di quelle cercate (incognite).

3) Disegnare uno schema o un diagramma accurato della situazione. Nei problemi di dinamica, assicurarsi di aver disegnato *tutte* le forze che agiscono su un dato corpo (diagramma di corpo libero).

4) Dopo aver deciso quali condizioni e principi fisici utilizzare, esaminare le relazioni matematiche che sono valide nelle condizioni date. Assicurarsi sempre che tali relazioni siano applicabili al caso in esame. E' molto importante sapere quali sono le limitazioni di validità di ogni relazione o formula.

5) Molte volte le incognite sembrano troppe rispetto al numero di equazioni. In tal caso e bene chiedersi, ad esempio:
a) esistono altre relazioni matematiche ricavabili dalle condizioni del problema?
b) è possibile combinare alcune equazioni per eliminare alcune incognite?

6) E' buona norma risolvere tutte le equazioni algebricamente e sostituire i valori numerici soltanto alla fine. Conviene anche mantenere traccia delle unita di misura, poiché questo può servire come controllo.

7) Controllare se la soluzione trovata e dimensionalmente corretta.

8) Arrotondare il risultato finale allo stesso numero di cifre significative che compaiono nei dati del problema.

9) Ricordare che per imparare a risolvere bene i problemi e necessario risolvene tanti: la risoluzione dei problemi spesso richiede creatività, ma qualche volta si riuscirà a risolvere un problema prendendo spunto da un altro già risolto.

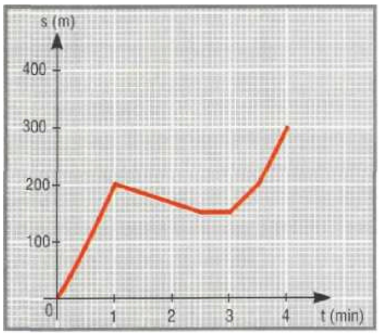
Alanno - giugno 2002

INDICE DEGLI ESERCIZI

Negli esercizi svolti, del secondo e terzo volume, saranno omessi i dati dei problemi.

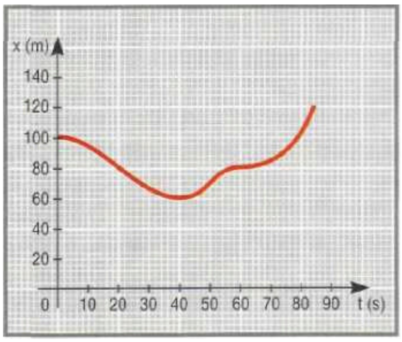
VOL. 2 – Panorama e Frontiere - CAP. 1
La costruzione della meccanica classica

1) Nel grafico seguente è mostrato come varia la posizione in funzione dell'istante di tempo. Calcola la velocità dell'oggetto (in m/min) nei successivi intervalli di un secondo e la velocità media in ciascun intervallo di un minuto.

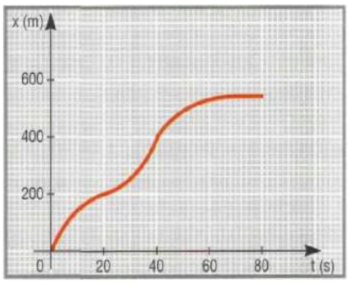


2) Per andare da Ancona a Roma un treno percorre 129 km in 89 minuti, 85 km in 68 minuti, 86 km in 43 minuti. Riporta in un grafico spazio tempo le posizioni occupate dal treno in funzione degli istanti di tempo e calcola la sua velocità media sull'intero percorso e nei tre intervalli di tempo indicati.

3) Nella figura seguente è rappresentato il diagramma orario di un oggetto in moto. Determina la velocità media durante i primi 40 s e, tracciando la tangente alla curva nel punto corrispondente all'istante t = 40 s, trova la velocità istantanea dell'oggetto dopo 40 s dall'inizio del moto.



4) Quanto vale approssimativamente la massima velocità istantanea nel grafico mostrato nella figura?



5) La velocità istantanea di un oggetto in caduta viene misurata al termine del tratto di caduta, ripetendo 50 volte la misura. Il metodo impiegato permette misurare i valori con una precisione dell'uno per mille. La tabella indica quante volte si è ottenuto uno stesso valore:

velocità(cm/s)	N° di volte
8.02	1
8.03	4
8.04	7
8,05	9
8,06	11
8,07	8
8,08	5
8,09	3
8,10	2

Disegna l'istogramma delle frequenze e determina il valore medio della velocità istantanea e l'errore massimo.

6) Una molla appesa a un supporto si allunga di 2.5 cm. se ad essa si appende una massa di 20 g. Appendendo alla molla una massa di 80 g, che allungamento si avrà?
Che ipotesi devi fare per potere determinare il risultato?

7) Una molla di massa trascurabile è appesa verticalmente. Quando sostiene una massa di 3 kg è lunga 40 cm. Se si aggiunge una seconda massa di 0.5 kg. la molla si allunga di altri 5 cm.
Calcola la costante elastica della molla.
Calcola la lunghezza ℓ_0 della molla quando è scarica

8) Un corpo, cadendo da un'altezza di 80,0 m, impiega 4.05 s per giungere al suolo. Qual è il valore dell'accelerazione dì gravita nel luogo in cui si fa l'esperienza?

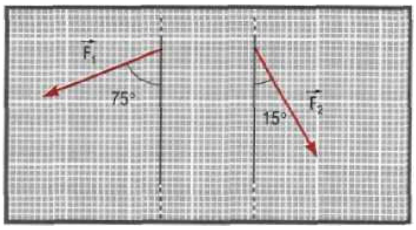
9) Calcola il peso di un oggetto la cui massa è pari a 120 kg,

10) Determina il valore dell'accelerazione di gravità sulla superficie della Luna, dove un corpo di massa 20 kg pesa 32.5 N.

11) Trova il modulo della risultante di due forze applicate nello stesso punto e aventi i valori $F_1 = 6$ N, $F_2 = = 15$ N, nei seguenti casi:
a) le due forze hanno la stessa direzione e verso;
b) le direzioni delle due forze formano un angolo di 90°;
c) le due forze hanno la medesima direzione e verso opposto;
d) le due forze formano un angolo di 30°.

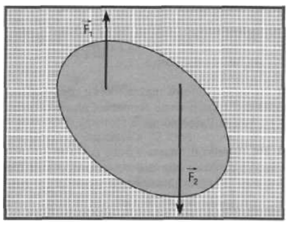
12) Costruisci graficamente la risultante di due forze di 12 N che sono applicate allo stesso punto e che formano tra loro un angolo di 30°.

13) Date le due forze F_1 e F_2 indicate nella figura, di modulo rispettivamente $F_1 = 60$ N e $F_2 = 80$ N, determina il modulo della forza risultante.



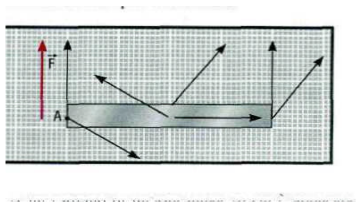
14) Su un corpo rigido agiscono due forze, l'una tripla dell'altra, dirette nei due versi opposti della stessa retta d'azione. Eseguì un disegno e determina la forza totale agente sul corpo.

15) Determina la forza totale agente sul corpo rigido rappresentato nel disegno (F_1 e F_2 appartengono allo stesso piano).



16) All'estremo A di un'asta lunga $\ell = 60$ cm è applicata una forza di intensità $F_A = 20$ N. All'altro estremo B è applicata una forza di intensità $F_B = 28$ N. Nel punto centrale C dell'asta è invece applicata una forza $F_C = 10$ N. Le tre forze sono parallele tra loro. Determina l'intensità, la direzione, il verso e il punto di applicazione della forza risultante nel caso che:
a) F_A e F_B abbiano lo stesso verso e F_C verso contrario;
b) tutte e tre le forze abbiano lo stesso verso.

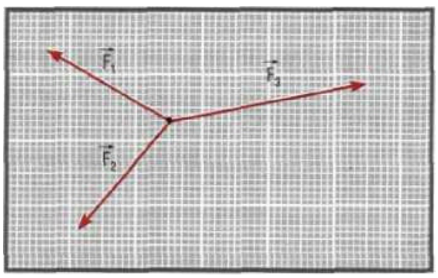
17) Una forza d'intensità F è applicata all'asse fisso in A nei vari modi indicati nel disegno. Stabilisci per ogni caso se la forza produce una rotazione e in quale caso la rotazione avviene più velocemente.



18) A un estremo di un'asta lunga 20 cm è applicata, perpendicolarmente ad essa, una forza di 8 N. Calcola l'intensità del momento della forza:
a) rispetto all'altro estremo;
b) rispetto al punto medio;
c) rispetto al punto di applicazione della forza stessa.

19) Una porta viene aperta tirando con una forza costante di 15 N una fune legata alla maniglia. La maniglia si trova a 80 cm dal punto A posto sull'asse di rotazione della porta alla stessa altezza della maniglia. Determina l'intensità del momento della forza applicata rispetto al punto A;
a) quando la fune è perpendicolare alla porta:
b) quando la fune forma un angolo di 30° con la porta;
c) quando la fune è parallela alla porta.

20) Su un corpo agiscono le tre forze mostrate nella figura ($F_1 = F_2 = 10{,}0$ N, F_3). Quanto deve valere F3 per poter affermare che il corpo sta viaggiando a velocità costante?



21) Un oggetto di massa 2 kg viene spinto con una forza costante di 30 N per 3 s e successivamente con un'altra forza costante di 10 N per 5 s. Se l'oggetto era inizialmente in quiete e l'attrito è trascurabile, qual è la velocità finale con cui si muove l'oggetto?

22) Una grossa automobile di massa 3500 kg e un'utilitaria di massa 500 kg sono legate per mezzo di una fune. I due veicoli sono trainati da una forza di 800 N. Quanto vale l'accelerazione del sistema formato dai due mezzi?

23) Un'automobile di massa 800 kg sta viaggiando alla velocità di 28 km/h. A causa della forza costante esercitata dal motore la velocità dell'auto dopo un po' di tempo arriva a 100 km/h. Calcola in quanto tempo si è verificata la variazione di velocità, sapendo che la forza esercitata dal motore vale 4×10^3 N.

24) Un oggetto viene accelerato con una determinata forza. Se l'accelerazione raddoppia e la massa diminuisce di quattro volte, di quanto è variata percentualmente la forza applicata?

25) Un oggetto di massa 26 kg viene trainato con due forze: la prima è diretta verso Sud e vale 5.0 N, mentre la seconda è diretta verso Est e vale 12 N. Calcola il modulo dell'accelerazione che viene impressa all'oggetto trainato.

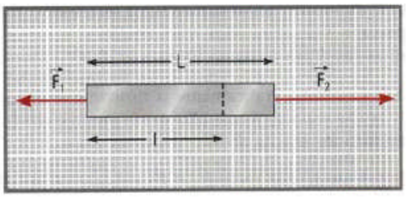
26) Una persona adulta e un bambino, entrambi sui pattini a rotelle, hanno masse rispettivamente di 80 kg e 32 kg. Il bambino dà una spinta all'adulto che per questo motivo si allontana con una accelerazione di 0,30 m/s^2. Calcola l'accelerazione del bambino.

27) Dati ì due vettori a e b. rispettivamente di componenti cartesiane (-3. 0, 4) e (15, -8, 0), determinare:
a) il modulo dei due vettori;
b) il modulo del vettore somma a + b;
c) il modulo del vettore differenza a - b
d) il prodotto scalare a · b;
e) l'angolo a compreso tra ì due vettori;
f) il modulo del prodotto vettoriale a x b.

28) Un'automobile, modellizzata come un punto materiale di massa inerziale pari a 600 kg, è in moto lungo una strada rettilinea con una velocità costante pari a 54.0 km/h ed è soggetta all'azione di una forza costante. Quando la velocità ha raggiunto i 75.6 km/h, l'automobile ha percorso una distanza pari a 540 m.
Determina il valore della forza e il tempo impiegato a percorrere tale distanza.

29) Un carrello di massa 400 g può muoversi senza attrito lungo un piano orizzontale. Un oggetto di 80 g è appoggiato sul carrello. Il coefficiente di attrito statico tra il carrello e l'oggetto è pari a μs = 0,30. Il sistema viene messo in movimento da una forza orizzontale applicata all'oggetto,
a) Qual è la massima accelerazione esercitabile sul sistema perché il carrello e l'oggetto si muovano insieme rimanendo attaccati?
In un secondo momento viene applicala una forza F tale che l'oggetto scivola sul carrello, muovendosi rispetto al suolo con accelerazione di 0.40 m/s^2 mentre il carrello si muove con accelerazione di 0,35 m/s^2.
b) Determina il coefficiente d'attrito dinamico μ_d tra l'oggetto e il carrello e la forza F applicata all'oggetto.

30) Agli estremi di una sbarra omogenea di lunghezza L sono applicate due forze F_1 e F_2 nella stessa direzione, ma con verso opposto, come mostrato nella figura seguente.



Qual è la forza F di deformazione che agisce sulla sezione della sbarra posta a una distanza ℓ da un estremo? Disegna un grafico che mostri l'andamento della forza F in funzione della distanza ℓ.

Soluzioni

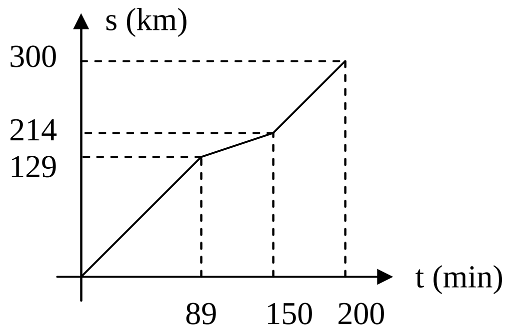
1) La definizione di velocità media è : $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

La velocità media calcolata su intervalli di tempo di un minuto è:

$v_{0\text{-}1} = (s_1 - s_0) / \Delta t = (200 - 0) / 1 = 200$ m/min
$v_{1\text{-}2} = (s_2 - s_1) / \Delta t = (170 - 200) / 1 = -30$ m/min
$v_{2\text{-}3} = (s_3 - s_2) / \Delta t = (150 - 170) / 1 = -20$ m/min
$v_{3\text{-}4} = (s_4 - s_3) / \Delta t = (260 - 170) / 1 = 90$ m/min

Con lo stesso procedimento si calcola la velocità media per intervalli di un secondo.

2)



$\Delta v_1 = \Delta s_1 / \Delta t_1 = 129/89 = 1.4$ km/min
$\Delta v_2 = \Delta s_2 / \Delta t_2 = 85/68 = 1.25$ km/min
$\Delta v_3 = \Delta s_3 / \Delta t_3 = 85/43 = 2$ km/min

La v_{ave} calcolata sull'intero tratto è

$v_{ave} = 300/200 = 1.5$ km/min

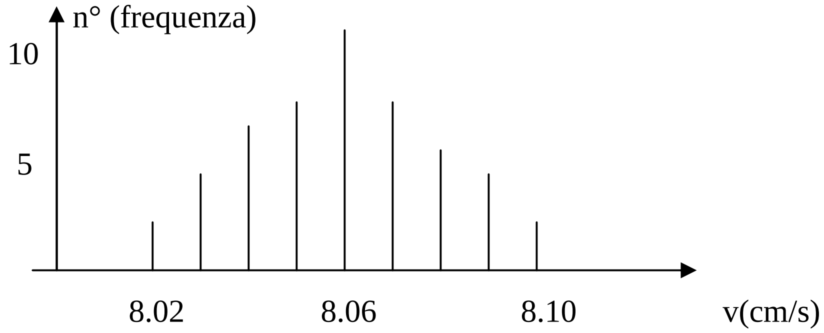
3)

$v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = (60 - 100) / 40 = -1$ m/s

La tangente nel punto $t = 40$ s è orizzontale perciò la velocità è ivi nulla.

4) Ricordando che la velocità in un grafico spazio-tempo è data dalla derivata di s su t, ossia dal coefficiente angolare della retta tangente in un dato punto, dal grafico del problema si evince che la retta tangente ha coefficiente angolare maggiore nel punto P dove $\Delta s/\Delta t = 200/15 = 13.3$ m/s

5)



$\Delta v = (8.02\cdot 1 + 8.03\cdot 4 + \ldots + 8.1\cdot 2) / 50 = 8.060$ cm/s

l'errore massimo è dato da $\varepsilon_{max} = (x_{max} - x_{min})/2 = (8.10 – 8.02) / 2 = 0.04$

lo scarto quadratico medio è invece:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{N}} = (0.04^2 + 0.03^2\cdot 4 + 0.02^2\cdot 7 + 0.01\cdot 8 + ..) / 50)^{1/2} = 0.02 \text{ cm/s}$$

pertanto la velocità finale va espressa così $\Delta v = 8.06 \pm 0.02$ cm/s

6) a) Con una massa di 20 grammi l'allungamento della molla è, all'equilibrio, di 2.5 cm quindi si può scrivere che $–k\,\Delta x = mg$ ($\Delta x = 2.5$ cm; $m = 20$ g)
Ora una massa di 80 grammi di quanto allungherà la molla?
Basata scrivere la relazione all'equilibrio: $- k\,\Delta x' = m'g$, ($m= 80$g) uguagliando le due relazioni si ha: $\Delta x/\Delta x' = m/m'$ da cui
$\Delta x' = (80/20)\cdot 2.5 = 10$ cm

b) L'ipotesi che abbiamo tacitamente fatto è che k rimane costante.

7)
$m = 3$ kg
$\ell = 40$ cm
$\Delta\ell = 5$ cm
$m' = 0.5$ kg
L'aggiunta di m' provoca un allungamento di 5 cm dunque $F = - k\Delta\ell = m'g$ da cui
$k = (0.5\cdot 9.8)/0.05 = 98$ N/m

b) Notando che ℓ non è altro che l'allungamento della molla all'equilibrio con la massa appesa, possiamo scrivere $\ell = \ell_0 + \Delta\ell$ e quindi $mg = k(\ell - \ell_0)$ da cui $\ell_0 = (k\,\ell - mg) / k = 0.1$ m

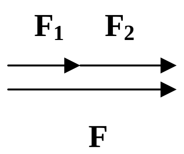
8) In un moto naturalmente accelerato vale la seguente relazione: $s = ½\, a\, t^2$ nel nostro caso a=g da cui $g = 2s/t^2 = 9.75$ m/s^2

9) $P = mg = 120\cdot 9.8 = 1.8\cdot 10^3$ N

10) $P = mg$; $g = P/m = 32.5/20 = 1.63$ m/s^2

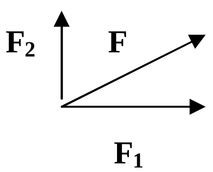
11)

a)



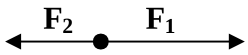
$\mathbf{F} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2}$ $\mathbf{F} = (6\,\mathbf{i} + 15\,\mathbf{i})$ N $= 21\,\mathbf{i}$ N ; $F = 21$ N

b)



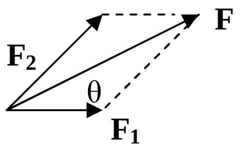
$F = \sqrt{(F_1^2 + F_2^2)} = 16.2$ N

c)



$F = F_2 - F_1 = 15 - 6 = 9$ N

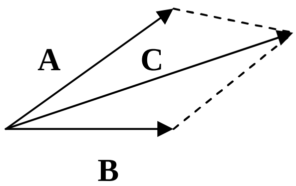
d)



$F = (F_1^2 + F_2^2 - 2\, F_2\, F_1 \cos\theta)^{1/2} = 20.4$ N

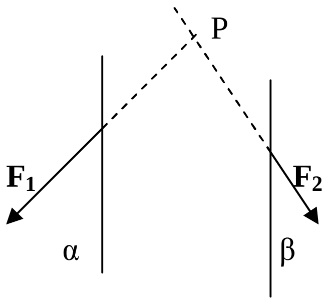
α è l'angolo fra **F_1** e **F_2** mentre θ è l'angolo fra la punta dell'uno con la coda dell'altro e vale evidentemente la relazione $2\alpha + 2\theta = 360°$ da cui $\theta = 150°$

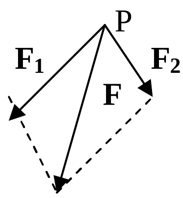
12)



C = A + B

13)



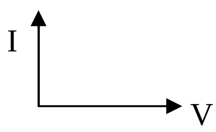


$\alpha + \beta = 90°$

Quando i vettori formano un angolo di 90° sono in "quadratura"(1).

$F = (F_1^2 + F_2^2)^{1/2} = 100$ N

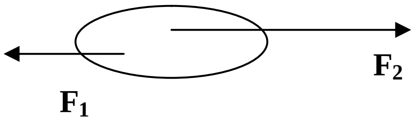
(1) Quando un circuito puramente capacitivo è sottoposto a regime alternato sinusoidale, la corrente non circola in concomitanza con la tensione applicata, ma si trova anticipata rispetto ad essa di 90°. Si dice che la **corrente circola in quadratura di anticipo rispetto alla tensione**. In altre parole il vettore corrente si trova in anticipo di 90° rispetto al vettore tensione.



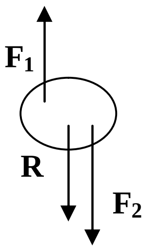
Si dice anche che due onde sono in quadratura quando sono sfasate di 90°, quindi quando una sarà al massimo l'altra sarà nulla, e la loro somma è $(A^2 + B^2)^{1/2}$
Infatti la somma di due onde è
$C=(A^2+B^2+2AB\cos(\varphi_2 - \varphi_1))^{1/2}$
ed essendo $\varphi_2 - \varphi_1 = 90°$ si ha $C = (A^2 + B^2)^{1/2}$

14)

$\mathbf{R = F_2 - F_1 = 3\,F_1 - F_1 = 2\,F_1}$



15)

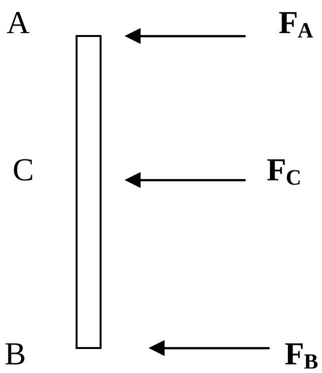


$F_1/b = F_2/a \qquad R = F_2 – F_1$

a è la distanza tra la retta di appartenenza di R e quella di F_1, b idem con F_2.

16)

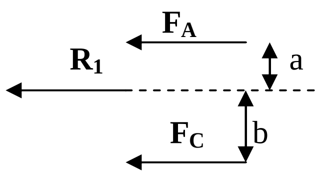
caso b)



$F_A = 20$ N
$F_B = 28$ N
$F_C = 10$ N
AB = 60 cm
AC = 30 cm

Con a indicheremo la distanza fra la retta del vettore "di sopra" e con b la distanza del vettore "di sotto" ambedue con la risultante.

Calcoliamo la somma fra F_A e F_C



$F_A/b = F_C/a$

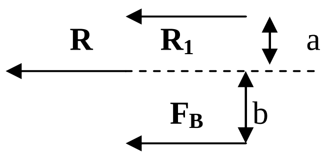
$a + b = 30$

$a = 30 - b$

e quindi $b = 30\ F_A/(F_C+F_A) = 20$ cm

e $a = 10$ cm ; $R_1 = F_A + F_C = 30$ N

Ora sommiano R_1 con F_B



$a + b = 50$ cm

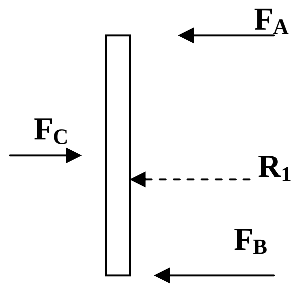
$R_1/b = F_B/a \quad (a=50-b)$

$b = 50\ R_1/(F_B + R_1) = 25.9$ cm

$R = R_1 + F_B = 30+28 = 58$ N

ed è posizionato a $30 – 25.9 = 4.1$ cm da C verso B.

Caso a)



Calcoliamo dapprima la somma fra F_A e F_B

$R_1 = F_A + F_B = 48$ N

$F_A/b = F_B/a$ da cui $b = 60\ F_A / (F_A + F_B) = 25$ cm
ed allora $a = 35$ cm

Ora sommiamo R_1 e F_C : $R = R_1 - F_C = 48-10 = 38$ N
$F_C/b = R/a$ dal calcolo precedente sappiamo che a = 5 cm

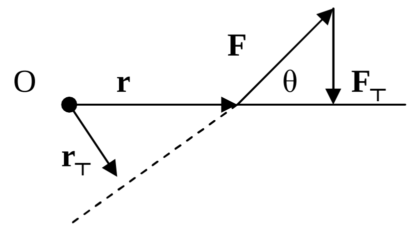
$b = (F_C / R)\ a = (10/38)\ 5 = 1.3$ cm

Quindi R è posizionato a 1 + 1.3 = 6.3 cm sotto C.

17)

Per produrre un momento una forza deve avere braccio non nullo e angolo fra **r** ed **F** diverso da kπ (k=0,1,2…), la definizione ci dice

$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ $\quad M = r_{\top} F = F_{\top} r = F\ r \sin\theta$

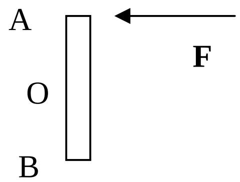


$r_{\top}$ è detto “braccio” della forza

Dalla figura del testo si nota che:
$M_1 = 0$ è nullo il braccio
$M_2 = (\ell/2)\ F_2 \sin\theta_2$
$M_3 = 0$ è nullo il braccio ($r_{\top}$)
$M_4 = 0$ è nullo l’angolo (θ)
$M_5 = (\ell/2)\ F_5 \sin\theta_5$
$M_6 = \ell\ F_6$
$M_7 = \ell\ F_7 \sin\theta_7$

essendo il valore di sin θ compreso fra -1 e 1 il Momento massimo è sicuramente quello dato dalla forza F_6 : $M_6 = \ell\ F_6$

18)



$M_B = \ell\ F = 0.2 \cdot 8 = 1.6$ Nm
$M_o = (\ell/2)\ F = 0.8$ Nm
$M_A = 0$ (è nullo il braccio)

19)

r = 0.8 m
F = 15 N

a) $M_A = r \cdot F = 0.8 \cdot 15 = 12$ Mm
b) $M_A = r\, F \sin\theta = 0.8 \cdot 15 \cdot \sin 30° = 6$ Nm
c) $M_A = 0$ (è nullo l'angolo)

20) Affinché il corpo viaggi a velocità costante la risultante deve essere zero.

$\mathbf{R} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_1} + \mathbf{F_3} = 0 \longrightarrow \mathbf{v} = \text{cost}$

Ora affinché R sia nulla, giocoforza, la risultante fra $\mathbf{F_1} + \mathbf{F_1}$ deve giacere lungo la direzione di **F**

Scegliendo l'asse x lungo F_3 $F_{1,x} + F_{2,x} = F_3$
$F_{1,y} = F_{2,y}$ $F_1 \sin\theta_1 = F_2 \sin\theta_2$ essendo $F_1 = F_2$ sia ha $\theta_1 = \theta_2$

Pertanto $2F_1 \cos\theta = F_3$; $F_3 = 2 \cdot 10 \cdot \cos 30° = 17.3$ N (dal grafico si stima $\theta = 30°$).

21)

I° tratto $\Delta p = F_1 \cdot \Delta t_1 = 30 \cdot 3 = 90$
$mv_f - mv_i = 90$ $v_f = 90/m = 90/2 = 45$ m/s (essendo $v_i = 0$)

II° tratto $\Delta p = F_2 \cdot \Delta t_2 = 10 \cdot 5 = 50$
$mv_f - mv_i = 50$ $v_f = (50+mv)/m = (50+2 \cdot 45)/2 = 70$ m/s
(essendo v_i coincidente con il valore della v_f del tratto precedente)

22)

$a = F / (M+m) = 800 / 4000 = 0.2$ m/s^2

23)

$F \cdot \Delta t = \Delta P$ da cui $\Delta t = m\,(v_f - v_i) / F = 800\,(27 \cdot 8 - 7 \cdot 78) / 4000 = 4$ s

24)

$F_1 = m_1\, a_1 = 2 \cdot (1/4)\, m = ½\, F$ questo significa che la forza è variata del 50%

25)

$F = (F_1^2 + F_2^2)^{½} = (5^2 + 12^2)^{1/2} = 13$ N da cui $a = F / m = 13/26 = 0.5$ m/s^2

26) Siccome il sistema è isolato la risultante delle forze sarà nulla:

$\Sigma F = 0$ quindi $F_1 + F_2 = 0$ ossia $F_1 = - F_2$

pertanto si ha: $M a_1 = m a_2$ da cui $a_2 = (M/m)\, a_1 = 0.3 \cdot (80/32) = 0.75 \text{ m/s}^2$

27)

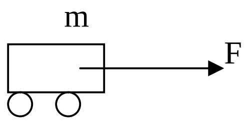
a) $a = (3^2 + 4^2)^{1/2} = 5$
$b = (15^2 + 8^2) = 17$

b) $\mathbf{a} = \mathbf{a} + \mathbf{b} = 12\, \mathbf{i} - 8\, \mathbf{j} + 4\, \mathbf{k}$
$c = (12^2 + 8^2 + 4^2)^{1/2} = 15$

c) $\mathbf{d} = \mathbf{a} - \mathbf{b} = - 18\, \mathbf{i} + 8\, \mathbf{j} + 4\, \mathbf{k}$
$d = (18^2 + 8^2 + 4^2)^{1/2} = 20$

d) ricordando che; $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z$
si ha: $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = - 3 \cdot 15 + 0 + 0 = - 45$

28)



F = cost implica a = cost

Sfruttiamo la relazione fra v a ed s

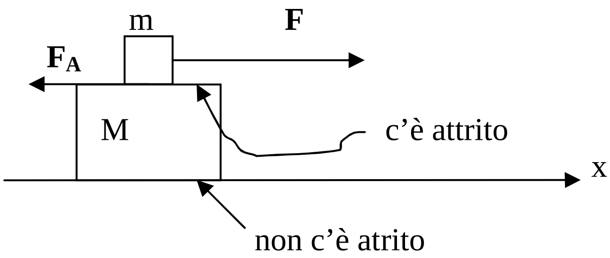
$$v_f^2 = v_0^2 + 2as \quad \text{da cui} \quad a = (v_f^2 - v_0^2) / 2s = (21^2 - 15^2)/2540 = 0.2 \text{ m/s}^2$$

$$F = ma = 600 \cdot 0.2 = 120 \text{ N}$$

Dalla relazione dell'impulso ($F \cdot \Delta t = \Delta p$) ricaviamo Δt:

$$\Delta t = \Delta p/F = m(v_f - v_0)/F = 600 \cdot (21-15)/120 = 30 \text{ s}$$

29)



La I[a] eq. Cardinale ci dice che $m a_1 + M a_2 = (m+M)\, a_{cm}$

Dove a_1 e a_2 sono le accelerazioni di m e di M rispetto al suolo, che è un sistema inerziale.

Il C.M. del sistema prende quindi a muoversi con accelerazione pari a $a_{cm} = F/(m+M)$

(infatti la risultante delle forze esterne non è nientaltro che F: $F \equiv F^e = M_{tot}\, a_{cm}$)

Si possono verificare due situazioni:

a) che non ci sia moto di scorrimento fra m ed M (accelerazione relativa $a_r = 0$) cosicché $a_1 = a_2 = a_{cm}$

b) oppure che ci sia moto relativo fra m ed M ed allora si ha $a_1 \neq a_2$ avendosi
$ma_1 + Ma_2 = (m+M)\, a_{cm}$ con $a_{cm} \neq a_1 \neq a_2$

Per accertare quale delle due situazioni si verifica occorre analizzare i moti delle singole masse.

- Su m agisce oltre che alla forza F la forza di attrito F_A che è diretta in senso contrario ad F
- Su M agisce per il III Principio una forza di attrito – F_A che ha verso quindi concorde ad F ed è proprio questa forza che può metterla in moto.

Eq. Del moto di m: $F - F_A = ma_a = ma_t + ma_r$ dove a_a = acc. assoluta
a_t = acc. di trascinamento
a_r = acc. relativa

Ora dobbiamo supporre che m non scivoli su M
Quindi $a_r = 0$ e si ha $F - F_A - ma_{cm} = 0$ da cui $F_A = F - ma_{cm}$

La condizione di non scivolamento implica $F_A \leq \mu_s mg$ e mettendo il valore di F_A su

trovato abbiamo $\mu_s \geq (F - ma_{cm}) / mg$ ma $a_{cm} = F/(m+M)$ ed allora abbiamo in

definitiva la condizione di non scorrimento è: $\mu_s \geq \frac{F}{mg}\frac{M}{M+m}$ essendo noto μ_s

si può ricavare F_{max}: $F \leq \mu_s \frac{mg}{M}(M+m)$ $F \leq \mu_s \frac{mg}{M}(M+m)$

e quindi al massimo F potrà avere il valore $F = \mu_s \frac{mg}{M}(M+m)$

numericamente si ha: $F_{max} = 0.282$ N

mentre $F^e = M_{tot}\, a_{cm} = (m+M)\, a_{cm}$ da cui $a_{cm} = F^e / (m+M) = 0.282/0.48 = 0.59\ m/s^2$

b)
Se invece supponiamo che ci sia scorrimento le eq. del moto diventano:

m) $F - \mu_d mg = ma_1$
M) $\mu_d mg = Ma_2$ $\mu_d = Ma_2/mg = (0.4\cdot 0.35)/(0.08\cdot 9.8) = 0.18$

$F = ma_1 + \mu_d mg = 0.08\cdot 0.4 + 0.18\cdot 0.08\cdot 9.8 = 0.172$ N

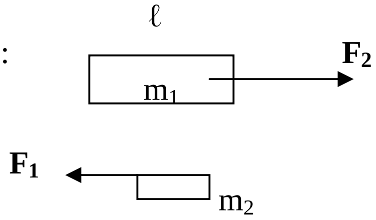
Si può ricavare F anche dall'eq. $(m_1+m_2)\, a_{cm} = m_1a_1 + ma_2$

$a_{cm} = 0.358\ m/s^2$
$F = (m+M)\, a_{cm} = 0.48\cdot 0.358 = 0.172$ N

Si noti che F è minore di F_{max} in quanto $\mu_s < \mu_d$

30)

Suddividiamo il sistema così:



$m_1 = \rho V_1 = \rho\, S\, \ell$

$m_2 = \rho V_2 = \rho\, S\, (L-\ell)$

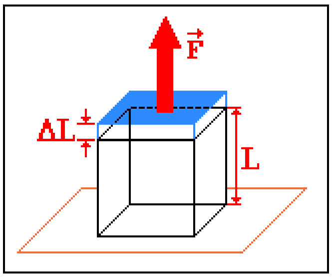
Richiamo sulla nozione di ***sforzo.***

Un corpo solido può trovarsi in equilibrio statico pur essendo sottoposto a forze : in tal caso queste ultime tendono a deformarlo.
Il rapporto tra l'intensità F della forza applicata e l'area A del corpo sulla quale detta forza agisce uniformemente è chiamato ***sforzo***:

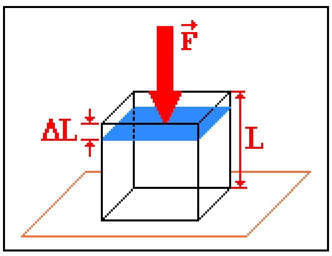
$$S = \frac{F}{A}$$

Supponendo che il corpo sia vincolato in modo che l'applicazione di una forza non ne modifichi lo stato di quiete, a seconda della direzione della forza rispetto alla superficie di applicazione abbiamo vari tipi di sforzi:

- **Sforzo di trazione** : si ha quando la forza viene applicata perpendicolarmente ed uniformemente ad una superficie del corpo, in modo da tendere ad allungarlo.



- **Sforzo di compressione** : si ha nelle stesse condizioni del punto precedente, solo che la direzione della forza è tale da tendere ad accorciare il corpo.

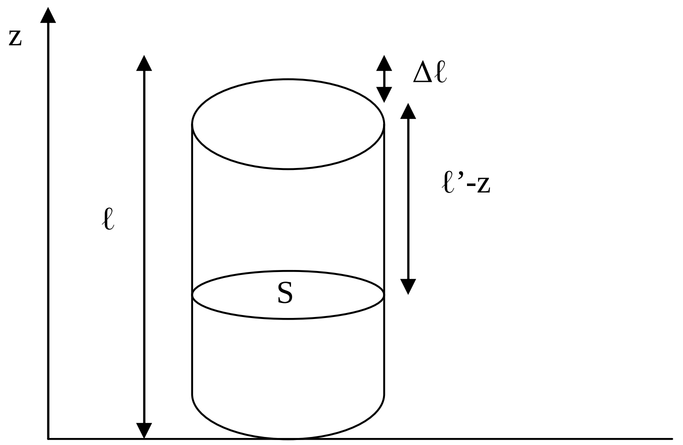


Gli sforzi di trazione e compressione, deformando il corpo nella direzione in cui vengono applicati, producono variazioni relative della lunghezza che si definiscono ***deformazioni***:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \qquad (\varepsilon\ = \text{deformazione})$$

- **Sforzo di taglio** : si ha quando una forza è applicata tangenzialmente ad una superficie del corpo. L'effetto di questo tipo di sforzo è chiamato deformazione di scorrimento.

Per capire bene questo esercizio ne facciamo uno introduttivo:
Consideriamo una sbarra omogenea di lunghezza ℓ in assenza di deformazione poggiata verticalmente su di un piano orizzontale e proponiamoci di calcolare lo "stato di tensione interna" della sbarra ossia come varia lo sforzo: riferiamoci alla seguente figura.



$\ell' = \ell - \Delta\ell$

Lo stato di tensione interna della sbarra è determinato dalla sollecitazione esterna che non è nient'altro che la forza peso, ma attenzione: questa forza è "distribuita" lungo z in modo variabile da zero (per z= ℓ) ad mg (per z=0)

Allora è utile introdurre il concetto di forza per unità di volume al fine di determinare come varia P con z. In altri termini per descrivere lo stato di tensione occorre conoscere la distribuzione degli sforzi (della forza per unità di area) in corrispondenza alle sezioni orizzontali della sbarra.

La considerazione quasi banale è che lo sforzo a quota z - all'equilibrio – non è altro che la forza per unità di volume moltiplicata per il volume della sbarra che determina la forza peso in quel punto, ossia:

$$\sigma(z) = (P/V)\, V'$$

dove V è il volume totale = $S\cdot \ell$ e V' = volume della sbarra che a quella quota produce la forza peso = $S\cdot(\ell'-z)$

$$\text{Forza di deformazione} = F = \sigma(z)\cdot S = P\,((\ell'-z)/\ell)$$

o anche essendo nel nostro caso P = mg:

$$F(z) = (mg/\ell)\,(\ell-z) = \rho V g\,(\ell-z)/\ell = (\rho S\,\ell g/\ell)\,(\ell-z) = \rho g(\ell-z)\,S$$

(dove abbiamo assunto ℓ circa uguale a ℓ', come è facile verificare)
Abbiamo così ricavato come varia con la quota la forza su ogni sezione della sbarra.

Possiamo ora tornare al nostro esercizio (dove ora L= ℓ) scrivere F(z) = forza per unità di volume per volume del tratto antecedente.

$$F(z) = (F/V)\, V'$$

ora però abbiamo due forze per cui lo sforzo totale su S è la somma di σ_1 e di σ_2 :

forza di deformazione su S dovuto a $F_1 + F_2$ è
$(\sigma_1 + \sigma_2)\, S = (F_1/V)\, V' + (F_2/V)\, V''$

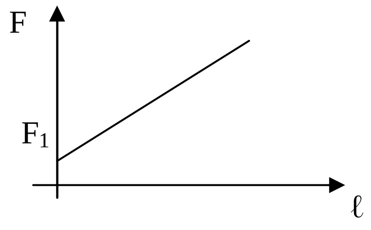
dove V' è $S\cdot \ell$ e V'' = $S\cdot(L-\ell)$ per cui in definitiva si ha

$$F = (\ell/L)\, F_2 + ((L-\ell)/L)\, F_1$$

Volendo esprimere questa relazione in forma grafica riscriviamolo così:

$$F = a\,\ell + b \qquad (\text{dove } a = (F_2-F_1)/L \quad \text{e} \quad b = F_1)$$

Ed allora si vede chiaramente che trattasi di una retta che non passa per l'origine.



VOL. 2 – Panorama e Frontiere - CAP. 2
Simmetrie e frontiere della meccanica classica

1) *Un'automobile di massa 700 kg viaggia alla velocità di 108 km/h. Calcola la sua energia cinetica.*

2) *Una forza di 50 N inclinata di 60° rispetto al piano orizzontale spinge per 5 m lungo il piano stesso un corpo dì massa 2,5 kg. Calcola l'energia cinetica e la velocità acquistata dal corpo.*

3) *Un'automobile di massa 800 kg che viaggia alla velocità di 72 km/h viene fermata. Calcola il lavoro speso per fermare l'automobile.*

4) *Un carrello di massa 1,5 kg si sta muovendo su un piano orizzontale con una velocità dì 5 m/s. Una forza lo spinge lungo il piano per un tratto dì 2,0 m e alla fine della spinta la sua velocità vale 9 m/s. Calcola il valore della forza che è stata applicata.*

5) *Quanto lavoro si deve compiere per portare una valigia di massa m = 20 kg al terzo piano di una palazzina a 10 m d'altezza?*

6) *Traccia in uno stesso grafico l'andamento dell'energia potenziale e dell'energia cinetica in funzione del tempo per un oggetto che cade liberamente sotto l'azione del proprio peso e nell'ipotesi di poter trascurare gli effetti dissipativi.*

7) *Calcola di quanto varia percentualmente l'energia potenziale nel campo gravitazionale terrestre di un corpo che dalla superficie terrestre viene portato:*
a) in orbita a 480 km di altezza dalla superficie terrestre:
b) in orbita a 32 000 km di altezza dalla superficie terrestre:
c) a una distanza pari a quella della Luna.

8) *Calcola di quanto varia percentualmente l'energia potenziale gravitazionale per un corpo di massa m quando si trova sulla superficie terrestre e quando si trova su un pianeta con la stessa densità della Terra, ma raggio doppio di quello terrestre.*

9) *Calcola il rapporto tre l'energia potenziale gravitazionale dovuta al campo terrestre e quella dovuta al campo solare per un corpo che si trova sulla superficie terrestre.*

10) *Un satellite di 400 kg è in orbita circolare intorno alla Terra e possiede un'energia cinetica* $K = 11{,}4 \times 10^9$ *J.*
Quanto vale la sua energia potenziale gravitazionale?
A che distanza si trova dalla superficie terrestre?

11) *Per far aumentare di 16 volte la forza di attrazione gravitazionale tra due oggetti, di quanto bisogna ridurre la distanza tra di loro?*

12) *Un carrello si sta muovendo alla velocità di 2,5 m/s. Da quale altezza dovrebbe cadere (nel vuoto e partendo da fermo) un oggetto della stessa massa per acquistare la stessa velocità?*

13) *Con quale velocità minima bisogna lanciare in alto un sasso per farlo arrivare a un'altezza di 5,5 m?*

14) *Un oggetto parte da fermo dalla sommità di un piano inclinato e scende senza attrito lungo il piano. Sapendo che arriva al suolo con una velocità di 3,12 m/s, quanto è alto il piano?*

15) *Calcola la quantità di molo di un pallone da calcici di massa 1,2 kg, lanciato a 72 km/h.*

16) *Calcola l'energia cinetica di un oggetto di massa 2,5 kg che ha una quantità di moto pari a 60 kg m/s.*

17) *Calcola il modulo della variazione della quantità di moto per un oggetto di massa 2 kg che percorre in 2 s con moto circolare uniforme una intera circonferenza di raggio 2 m.*

18) *Un missile, che ha una massa di 350 kg, espelle un primo stadio di massa 100 kg alla velocità di 100 m/s rispetto al centro di massa. Qual è la velocità iniziale del missile se la sua velocità rispetto alla Terra dopo l'espulsione del primo stadio è 675 m/s? Se il secondo stadio di 80 kg viene espulso alla velocità di 34 m/s, qual è la velocità finale del missile rispetto alla Terra?*

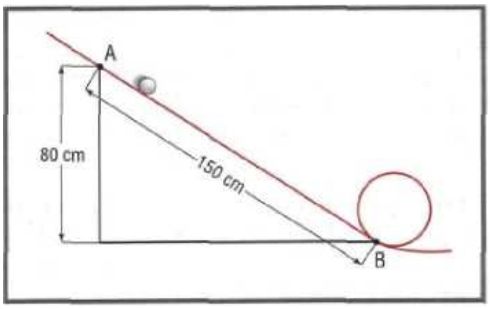
19) *Un proiettile di massa 9,0 g e velocità 510 m/s viene assorbito da un corpo di massa 450 g. Il proiettile si muove orizzontalmente e l'altro corpo è inizialmente in quiete.*
a) Calcola la velocità del sistema dopo l'urto.
b) Calcola la percentuale di energia cinetica dissipata durante il processo d'urto.
c) Calcola la velocità del centro di massa del sistema prima e dopo l'urto.
d) Calcola con quale velocità un osservatore, posto nel centro di massa del sistema, vede che la massa e il proiettile gli vengono incontro.

20) *Un disco viene lanciato, senza attrito, alla velocità v_1= 10 cm/s. Dopo un secondo, il piano su cui si muove il disco viene fatto scorrere in direzione perpendicolare alla direzione del moto del disco con una velocità v_2 = 8 cm/s.*
A che distanza dal punto di partenza sì trova il disco dopo 10 s dal lancio?
Descrivi la traiettoria del disco vista da un osservatore in piedi sul pavimento del laboratorio e da un osservatore seduto sopra il tavolo.

21) *Lanciando verticalmente una pallina da un carrello in moto orizzontale, questa ricade sempre dentro il carrello nello stesso punto da cui è stata lanciata, indipendentemente dalla sua velocità iniziale (purché sia verticale) e dalla velocità del carrello, purché si mantenga costante. Spiega questo risultato. Descrivi la traiettoria della pallina vista da un osservatore fermo al suolo.*

22) *Una pallina di massa $m = 250$ g viene lanciata verso l'alto con velocità $v = 8$ m/s inclinata di 30° rispetto ad una linea orizzontale. Trascura gli effetti dissipativi:*
a) Calcola i valori massimo e minimo dell'energia cinetica e dell'energia potenziale.
b) Calcola la massima quota raggiunta dalla pallina.
c) Calcola la gittata della pallina.
d) Ripeti i calcoli precedenti nel caso di una pallina di massa 5 volte maggiore.

23) *Una pallina di massa 50 g parte da ferma da un'altezza di 80 cm lungo una pista, il cui profilo è rappresentato nella figura. Il tratto di pista da A a B è lungo 1,5 m e in questo tratto il coefficiente d'attrito dinamico tra la pista e la pallina vale $\mu = 0.35$. Il tratto di pista nel «giro della morte» è invece senza attrito.*



a) Calcola il massimo valore del raggio del «giro della morte» per il quale la pallina riesce a compiere il «giro della morte» senza cadere.
Fissato il raggio al valore determinato in precedenza, la pallina viene lasciata andare, ma per un errore di costruzione non appena la pallina ha raggiunto il punto più alto del «giro della morte» esce di pista e prosegue senza vincoli.
b) Calcola il tragitto orizzontale percorso dalla pallina al di fuori del «giro della morte».

24) *Un vagone di un trenino elettrico di massa M pari a 500 g può muoversi senza attrito sopra un binario orizzontale. Un pendolo di massa $m = 50$ g e di lunghezza $\ell = 10$ cm è appeso al soffitto del vagone. All'inizio il vagone e il pendolo sono fermi e il pendolo è inclinato di un angolo $\alpha = 60°$ rispetto alla verticale. Il pendolo viene lasciato oscillare. Quanto vale la velocità del vagone quando il pendolo passa per la verticale?*

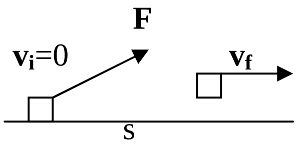
25) *Un satellite artificiale orbita intorno alla Terra su un'orbita ellittica. La distanza minima dell'orbita dalla superficie terrestre vale $h = 500$ km, mentre il periodo di rivoluzione vale $T = 156$ min. Ricordando che il semiasse maggiore dell'orbita lunare vale $R = 3{,}844 \times 10^5$ km, che il periodo orbitale della Luna intorno alla Terra $T_L = 27{,}32$ giorni e che il raggio terrestre vale $R_T = 6378$ km, determina la distanza massima H dalla superficie terrestre dell'orbita del satellite.*

Soluzioni

1)

$E_k = ½\ m\ v^2 = ½\ 700·30^2 = 315$ kJ

2)



$\Delta E_k = L = \mathbf{F·s} = ½\ m\ v_i^2 - ½\ m\ v_f^2$

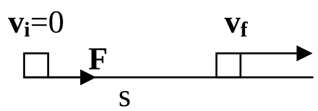
$F_x = F \cos\alpha = 50·\cos 60° = 25$ N; $v_f = (2F_x·s/m)^{1/2} = 10$ m/s

e quindi $\Delta E_k = ½\ 2.5·10^2 = 125$ J

3)

$\Delta E_k = L = F·s = ½\ m\ v_i^2 - ½\ m\ v_f^2 = ½\ 800·20^2 = 160$ kJ

4)



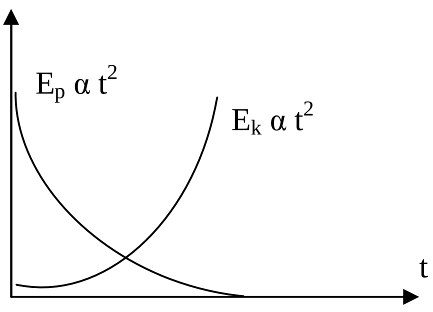
$\mathbf{F·s} = \Delta E_k = ½\ m\ v_f^2 - ½\ m\ v_i^2 = 42$ J

$F = 42/2 = 21$ N

5)

$L = -\Delta U = mgh = 20·9.8·10 = 1960$ J $= 1.96$ kJ

6)



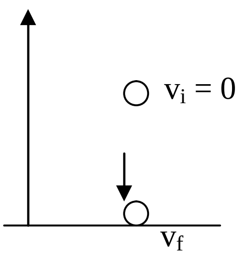
$E_k\ \alpha\ v^2$ ma $v\ \alpha\ t$, quindi $E_k\ \alpha\ t^2$

(infatti nel moto accelerato v=at)

$E_p = mgh$ quindi $E_p\ \alpha\ h$

ma $s = ½\ at^2$ $s\ \alpha\ t^2$

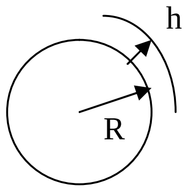
ed allora $E_p\ \alpha\ t^2$



$E_{k,i} = 0$ $E_{p,i} = E_{p,max}$

$E_{k,f} = E_{k,mzx}$ $E_{p,f} = 0$

7)



$E_{p,o} = GmM/R \qquad E_p = GmM/(R+h)$

a) $E_p/E_{p,o} = R/(R+h) = 0.93$

la variazione percentuale è:

$$\frac{\Delta E_p}{E_{p,0}} = \frac{|E_p - E_{p,0}|}{E_{p,0}} = \frac{|0.93E_{p,0} - E_{p,0}|}{E_{p,0}} = 0.07 = 7\%$$

b) $E_p/E_{p,o} = R/(R+h) = 0.16 \qquad \Delta E_p / \Delta E_{p,o} = 84\%$

c) $E_p/E_{p,o} = R/(R+h) = 0.015 \qquad \Delta E_p / \Delta E_{p,o} = 98\%$

8)

$M_t = \rho V_t = \rho(4/3)\pi R_t^3$

$M_p = \rho V_p = \rho(4/3)\pi(2R_t)^3 = 8\ M_t$

$E_{p,terra} = G\ mM_t / R_t \qquad E_{p,pianeta} = G\ mM_p / R_p$

$E_{p,terra} / E_{p,pianeta} = ¼$

La variazione percentuale è $\Delta E_p / E_{p,t} = (E_{p,p} - E_{p,t}) / E_{p,t} = 3$ cioè al 300%

La percentuale è invece: $E_{p,p} / E_{p,t} = 4$ cioè pari al 400%

9)

$E_{p,t} / E_{p,s} = (M_t / R_t)(R_p / M_s) = 0.07 = 7\%$

10)

a) $E_k = ½\ m\ v^2$ da cui $v = (2E_k / m)^{1/2} = (2 \cdot 11.4 \cdot 10^9/400)^{1/2} = 7.55$ km/s

Ora dalla relazione $v = (GM/R)^{1/2}$ ricaviamo R:

$R = GM/v^2 = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}/(7.55 \cdot 10^3)^2 = 7 \cdot 10^6$ m e l'energia potenziale sarà:

$E_p = -\ G\ mM/R = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 400 \cdot 6 \cdot 10^{24} / (7 \cdot 10^6) = -\ 22.8 \cdot 10^9$ J

b) L'altezza della sonda è: $R - R_t = (7-6.4) \cdot 10^6 = 600$ km

11)

$F = Gm_1m_2/R^2$ e $F_1 = Gm_1m_2/R_1^2$ l'imposizione da fare è $F_1 = 16\ F$
per cui si ricava $R_1 = (¼)\ R$ o anche $R = 4\ R_1$

12)

La velocità di caduta di un grave è indipendente dalla sua massa e vale $v = (2gh)^{1/2}$

Da cui $h = v^2 / 2g = 2.5^2 / 2 \cdot 9.8 = 0.32$ m

13)

$v = (2gh)^{1/2} = (2 \cdot 9.8 \cdot 5.5)^{1/2} = 10$ m/s

14)

$h = v^2 / 2g = 0.5$ m

15)

$p = mv = 1.2 \cdot 20 = 24$ kg m/s

16)

$E_k = ½\ m\ v^2 = ½\ 2.5 \cdot 24^2 = 720$ J $E_k = ½\ p^2/m$ da cui:

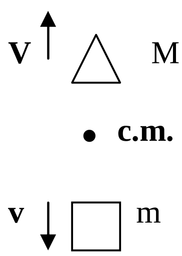
$p = (2mE_k)^{1/2} = (2 \cdot 2.5 \cdot 720)^{1/2} = 60$ kg m/s

la velocità è quindi: $v = p/m = 60/2.5 = 24$ m/s

17)

Essendo il moto uniforme **v** = cost ed anche **p** = cost pertanto la variazione di p è nulla.

18)



Rispetto al c.m. si ha, per la conservazione di **P:** $MV = mv$

(usiamo i valori scalari perché il moto è unidimensionale)

Ciò vuol dire che M acquista, dopo l'espulsione del primo stadio, una velocità di 40 m/s rispetto al c.m., ma il testo ci dice che dopo l'espulsione V = 675 m/s rispetto alla terra, quindi prima dell'espulsione rispetto alla terra è: $v_i = 675 - 40 = 635$ m/s

Stesso ragionamento per il secondo stadio: $MV = mv$ $170 \cdot V = 80 \cdot 34$ da cui $V = 16$ m/s e la velocità finale del missile sarà $16 + 675 = 691$ m/s

19)

a) $(m+M)\, v_f = mv$ da cui $v_f = mv/(M+m) = 10$ m/s

b) $\Delta E_k = ½\,(M+m)\, v_f^2 – ½\, mv_i^2 = - 1147$ J e la variazione perc. è : $\Delta E_k / E_i = 0.98 = 98\%$

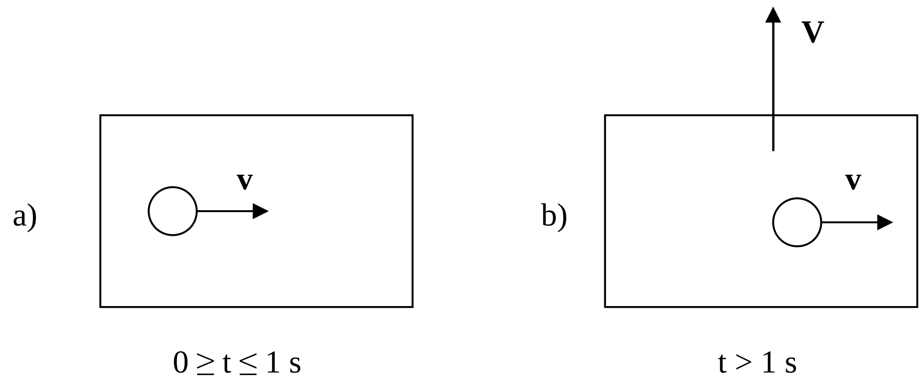
c) v_{cm} = cost. = 10 m/s la velocità rispetto al c.m. non varia con l'urto

d) $\mathbf{v}_a = \mathbf{v_r} + \mathbf{v_t}$ (dove v_a = velocità assoluta
v_r = velocità relativa
v_t = velocità di trascinamento)

Nel nostro caso la velocità di trascinamento coincide con la velocità del c.m. e $v_a = 510$ m/s, pertanto:

$$v_r = 510 – 10 = 500 \text{ m/s}$$

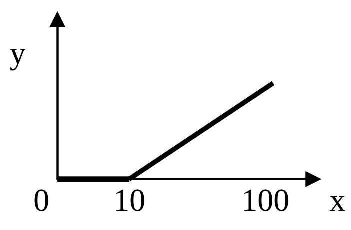
20)



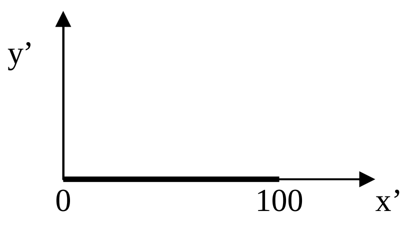
a) moto unidimensionale $s_1 = v\,t = 10\,(cm/s) \cdot 1(s) = 10$ cm

b) moto bidimensionale $s_x = v_x\, t = 10 \cdot 9 = 90$ cm
$s_y = v_y\, t = 8 \cdot 9 = 72$ cm

Lo spostamenti totale è dato semplicemente dalla somma del caso a) con quello b):
$S_x = s_1 + s_x = 100$ cm
$S_y = s_y = 72$ cm $S = (S_x^2 + S_y^2)^{1/2} = 123$ cm



osservatore inerziale



osservatore solidale con il piano scorrevole (V=0)

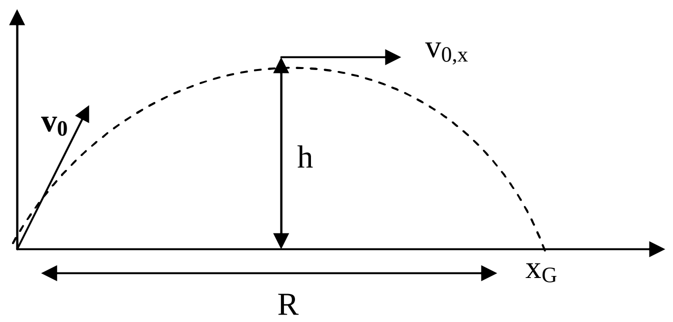
21)

a) E' sufficiente ricordare l'indipendenza dei moti verticali e orizzontali.

Ambedue i corpi hanno velocità orizzontale v, pertanto il loro spostamento è x=vt che è uguale per entrambi.

b) Trattasi di una parabola.

22)



a)

$E_{k.max} = ½\ m\ v_0^2 = 8$ J $\qquad E_{p,i} = 0$

$E_{k,min} = ½\ m\ v_{0,x}^2 = 6$ J $\qquad E_{p,f} = mgh = 0.25·9.8·0.82 = 2$ J

$h = v_{0,y}^2 / 2g = (8 \sin 30°)^2 / (2·9.8) = 0.82$ m $\qquad R = (v_0^2/g) \sin 2\alpha = 5.65$

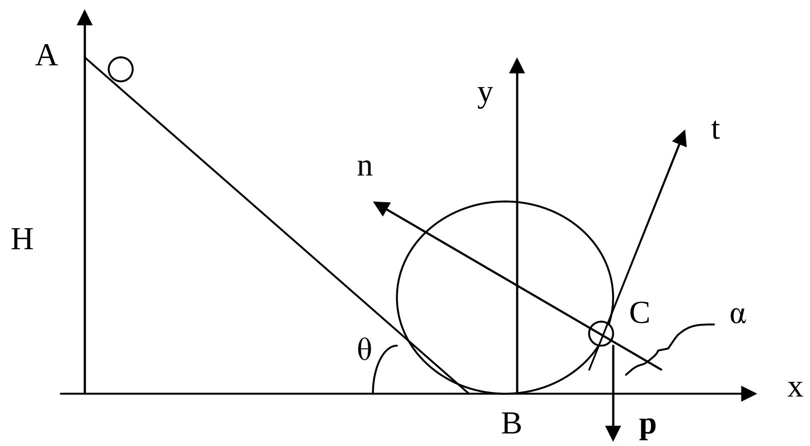
b) ora il valore della massa è: m = 1.25 kg e si ha: $E_{k.max} = ½ ·1.25·8^2 = 40$ J

$E_{k,min} = ½ ·1.25·(8 \cos 30)^2 = 30$ J

$E_{p,min} = 0$

è ovvio che h ed R rimangono invariati. $\qquad E_{p,max} = mgh = 10$ J

23)



Scriviamo la conservazione dell'energia fra A e C, tenendo conto che l'energia meccanica non si conserva in quanto ci sono attriti:

$\Delta E = L$ (questo è il lavoro della forza di attrito fra A e B)

$\Delta E = E_f - E_i = E_C - E_A = (\frac{1}{2} mv^2 + mgy) - mgH$
$L = - F_A \ell = - \mu_d N \ \ell = - \mu_d (mg \cos\theta) \ell$

$\frac{1}{2} m v^2 + mgy - mgH = - \mu_d mg (\cos\theta) \ell$

$v^2 = 2g (H - y - \mu_d \ell \cos\theta)$ (1)

Sciviamo ora $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ nel punto C: $\mathbf{P} + \mathbf{R_n} = m\mathbf{a}$ e proiettamola sugli assi t ed n:

(2) t) $- mg \sin\alpha = m\,\alpha$ (questo α è evidentemente l'accelerazione angolare)
(3) n) $R_n - mg\cos\alpha = mv^2/R$

α ed s sono presi con lo zero il L: α è l'angolo fra p e l'asse n.
Imponiamo ora la condizione per il contatto fra la pallina e la guida: $R_n \geq 0$
Per inciso notiamo che per $0 < \alpha < \pi$ si ha $\sin\alpha > 0$ e perciò la (2) ci dice che nella prima metà del giro la componente tangenziale del peso tenta di rallentare l'accelerazione angolare, e viceversa nella seconda metà la (3) invece ci dice che per $0 < \alpha < \pi/2$ $\cos\alpha < 0$ e la componente normale del peso è discorde con R_n mentre tra π e π/2 è concorde, e quindi tenta di distaccare la pallina dalla guida.
Ma ritorniamo a noi: dalla (3) la condizione $R_n \geq 0$ diventa: $mg\cos\alpha + mv^2/R \geq 0$ e perciò

$v^2/R \geq - g \cdot \cos\alpha$ (4)

Ci occorre ora una espressione per cos α, dall figura si ha: $y = R - R\cos\alpha$ e quindi
$\cos\alpha = 1 - (y/R)$ e perciò la (4) diventa:

$v^2/R \geq g((y/R) - 1)$ (5)

Questa è la condizione di aderenza di un generico punto P di ordinata y e che in quel punto abbia velocità v.
Ma la velocità v che m ha in C è data dalla (1), sostituendo si ha:

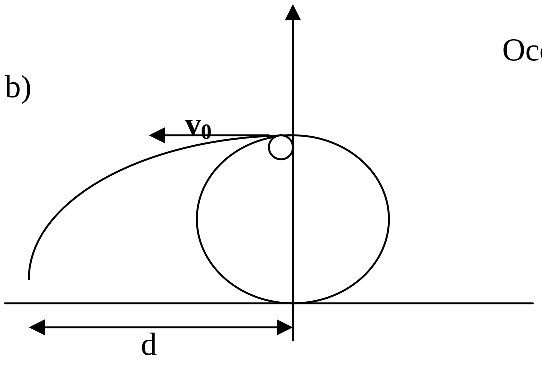
$$\frac{2g(H - y - \mu\cos\vartheta\cdot\ell)}{R} \geq g(\frac{y}{R} - 1) \qquad (6)$$

Questa è l'espressione cercata che lega R ad H e μ.
Infine ci interessa il legame fra R ed H e μ nel punto y = 2R, la (6) diventa:
$2gH - 2g2R - 2g\,\mu\cos\theta \cdot \ell \geq Rg((2R/R) - 1)$ da cui finalmente:

$$R_{max} = \frac{2H - 2\mu_d \ell \cos\vartheta}{5}$$

inserendo i valori numerici si ha: R_{max} = 14 cm

b)

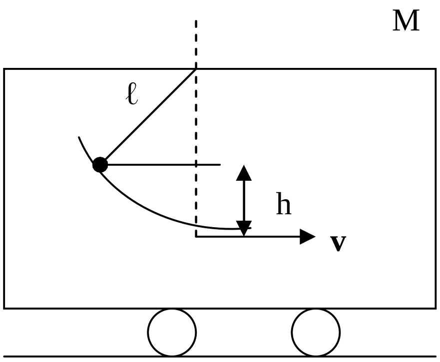


Occorre ora sapere quanto vale v_0, calcoliamolo dalla (1):

$v_0^2 = 2g(H - y - \mu\cos\theta\cdot\ell) =$
$= 2g(H - 2R - \mu\cos\theta\cdot\ell)$
inserendo i valori v = 1.22 m/s

$x = v_0 t$ $\quad t = d/v_0$
$y = \frac{1}{2} g t^2$ $\quad y = \frac{1}{2} g d^2/v^2$ $\quad d = 2v_0 (R/g)^{1/2} = 0.29$ m

24)



Se il carrello fosse fermo si avrebbe:

$mgh = \frac{1}{2} mv^2$ (conservazione di E)

$v = (2gh)^{1/2} = 0.99$ m/s

dove $h = \ell\,(1 - \cos 60°) = 0.05$ m
ma così non è!
Il carrello è libero di muoversi!

Allora si deve applicare la conservazione dell'energia e della q.d.m. considerando il sistema pendolo + vagone: $E_i = E_f$
la situazione finale la consideriamo quando m passa per la verticale.
Si ha:

$mgh = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} M V^2$ $\quad$ $mgh = \frac{1}{2} (M/m)^2 V^2 + \frac{1}{2} MV^2$
$mv = MV$ $\quad$ $v = (M/m)\, V$
da cui:

$$V = \sqrt{\frac{2gh}{(M/m)^2 + (M/m)}} = 9.44 \text{ cm/s}$$

O anche si poteva ricavare v:

$v = (2gh/(1+(m/M))^{1/2} = 94$ cm/s

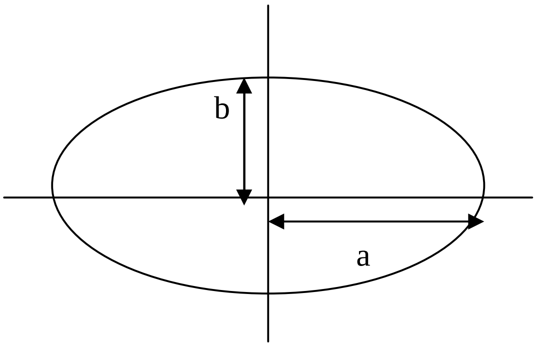
E' utile confrontare questa velocità che ha il pendolo quando passa per la verticale con quella ottenuta pensando il carrello fermo e si nota come ora v sia diminuita in quanto parte della sua energia cinetica è stata trasferita al vagone.

Si potrebbe anche calcolare di quanto si sposta a sinistra il vagone, basta imporre la condizione X_{cm} = cost diventa nel nostro caso:

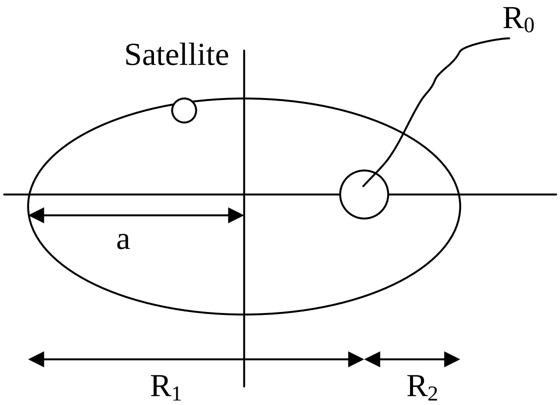
$Md = m(R-d)$ da cui (con ovvio significato dei simboli)

$d = mR/(m+M) = 0.79$ cm (dove $R = \ell \sin\alpha = 0.1 \sin 60° = 8.66$ cm).

25)



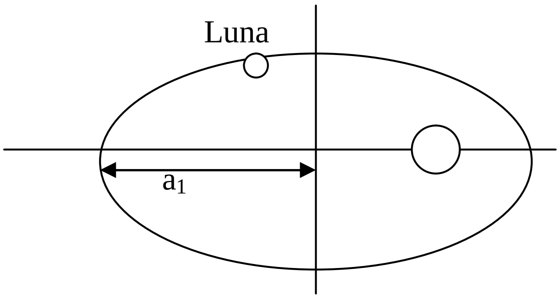
a = semiasse maggiore
b = semiasse minore



$a = (R_1 + R_2) / 2$

$R_0 = 6378$ km
$R_1 = 500$ km $+ R_0$
$= 6878$ km

$P = 9360$ s
$a_1 = 3.844 \cdot 10^8$ m
$P_1 = 2..36 \cdot 10^6$ s



Dalla III legge di keplero si ha: la costanza del rapporto fra a^3 e P^2, pertanto:
$a/P^2 = a_1^3/P_1^2$ da cui $a = a_1(P/P_1)^{2/3} = 9.63 \cdot 10^6$ m
e quindi da $a = (R_1 + R_2) / 2$ si ricava R_2: $R_2 = 2° - R_1 = 12.38 \cdot 10^6$ m
e in definitiva: $H = R_2 – R_0 = 6000$ km

VOL. 2 – Termologia - CAP. 1
Il modello atomico

1) *Ricerca la formula chimica di cinque molecole composte di atomi di una stessa specie e cinque composte di atomi di specie diversa.*

2) *Quanto pesa, complessivamente, l'ossigeno contenuto nel tuo corpo? Esegui lo stesso calcolo per il carbonio e per l'idrogeno.*

3) *Del rame in polvere, di massa m = 3,40 g, è riscaldato in un recipiente. La massa della sostanza nel recipiente dopo il riscaldamento è m' = 3,80 g, Ciò si spiega con il fatto che durante il riscaldamento una parte del rame ha reagito con l'ossigeno dell'aria per dar luogo a un ossido di rame. Quest' ultimo è stato successivamente dilavato sciogliendolo in acido e il residuo secco, costituito da rame metallico, ha una massa di 1,80 g. Determina il rapporto fra la massa di ossigeno e quella di rame che hanno preso parte alla reazione e suggerisci la più semplice formula molecolare per l'ossido di rame formatosi durante il riscaldamento.*

4) *Il cloro e il rame possono combinarsi per formare due diversi composti, A e B. Il composto A è stato ottenuto facendo reagire 168 g di cloro con 150 g di rame. Nel processo di formazione del composto B, invece, 78 g di cloro hanno reagito con 140 g di rame. Calcola i rapporti fra il numero di atomi di cloro e di rame che reagiscono per formare i due composti e indica le più semplici formule molecolari per le sostanze A e B.*

5) *Vogliamo far muovere dei granelli di materiale molto leggero lungo una conduttura contenente un fluido,senza ricorrere a pompe che facciano scorrere il fluido stesso. Perché non è possibile sfruttare il fenomeno del moto browniano per far questo?*

6) *Determina il numero di moli contenuto in un grammo di ferro.*

7) *Determina la massa in grammi di una quantità dì magnesio pari a 2,5 mol.*

8) *Determina il numero di molecole contenute in 3 g di oro.*

9) *Quante particelle si trovano in 16 g di ossigeno gassoso (O_2) in cui il 50% delle molecole sono dissociate in atomi?*

10) *Fra i metalli, il rapporto fra densità e massa atomica è massimo per il berillio (Be) e minimo per il potassio (K). Calcola, per questi due metalli, il numero di atomi per unità di volume.*

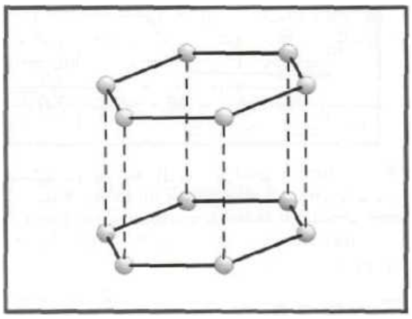
11) *Secondo te, la forza di adesione fra le molecole di acqua e le molecole di olio è maggiore o minore della forza di coesione fra le molecole dello stesso tipo?*

12) *Quando il miele viene raffreddato diventa piuttosto duro, mentre, se viene riscaldato, la sua fluidità aumenta molto. Come puoi spiegare questo fenomeno in termini di agitazione termica e forze intermolecolari nei fluidi?*

13) *Il vetro comune, alle temperature ordinarie, ha una forza di coesione piuttosto elevata, ma la sua struttura interna non è organizzata in forma cristallina. Come puoi considerare il vetro dal punto di vista degli stati di aggregazione?*

14) *Dopo che un solido ha superato il limite di elasticità, cosa può essere successo alla sua struttura cristallina?*

15) *(Olimpiadi della fisica, Ungheria.) Nel reticolo cristallino della grafite gli atomi sono disposti su piani paralleli ai vertici di una rete a maglie esagonali con lati di 142 pm, come nella figura seguente. Sapendo che la densità della grafite è di 2270 kg* m^{-3}*, determina le distanze fra i piani.*



Soluzioni

1)

O_2; O_3; H_2; N_2; He_2; $NaCl$; H_2O; H_2SO_4; HCl

2)

Dalla tabella 1.3 si evince che la percentuale di O nel corpo umano è del 64.6%, pertanto essendo il mio corpo di una massa di 65 kg l'ossigeno in esso presente è

Massa di ossigeno = 65 · 0.646 = 42 kg ed ha un peso di P_O = mg = 42·9.8 =411 N
Massa di carbonio = 65 · 0.18 = 11.7 kg P_C = mg = 11.7·9.8 = 115. N
Massa di idrogeno = 65 · 0.1 = 6.5 kg P_H = mg = 6.5·9.8 = 63.7 N

3)
m = 3.4 g massa del rame
m' = 3.8 g massa del rame + ossigeno
m'' = 1.8 g massa del rame metallico
Innanzitutto possiamo dire che l'ossigeno che ha partecipato alla reazione è 3.8 · 3.4= 0.4 g
Nella reazione si è trasformato in CuO la diferenza fra m ed m',
quindi: rame che ha partecipato = m – m' = 1.6 g
Il rapporto è m_o/m_{Cu} = 0.4/1.6 = 0.25
La più semplice formula è CuO (ossido di rame), essendo ambedue bivalenti.

N.B.
Se non si conosceva m'' si poteva fare così:
atomi presenti in 0.4 grammi di O $n_o = \frac{m_o}{1.mole.di.O} N_A$
n_o = (0.4/16)·6.02·10^{23} = 0.15·10^{23} atomi
Lo stesso numero di atomi di Cu hanno una massa di: M_{Cu} = n_o (mole di Cu) / N_A =
0.15·10^{23}·63.5 / 6·10^{23} = 1.6 g e così si arriva al risultato precedente.

4)

Cu + Cl

A 168 g di Cl
150 g di Cu

B 78 g di Cl
140 g di Cu

A) n_{Cl} = (168/35.4)·6·10^{23} = 28.47·10^{23} atomi
n_{Cu} = = (150/63.5) ·6·10^{23} = 14.17·10^{23} atomi
n_{Cl} / n_{Cu} = 2
Quindi dovendo essere il numero di atomi di cloro doppio rispetto a quelli di rame vuol dire che il composto è Cl_2Cu e si scrive $CuCl_2$.
B) n_{Cl} = (78/35.4) ·6·10^{23} = 13.22·10^{23} atomi
n_{Cu} = (140/63.5) ·6·10^{23} = 13.22·10^{23} atomi
n_{Cl} / n_{Cu} = 1 e quindi il composto sarà ClCu e si scrive CuCl.

5)
Perché il moto browniano non crea uno spostamento netto delle particelle. Per far ciò occorre ad esempio un gradiente termico.

6) n° di moli di Fe = 1/55.8 = $1.8 \cdot 10^{-2}$ mol

7)
m = 24.3·2.5 = 61 g

8)
$n_{oro} = (3/196.9) \cdot 6 \cdot 10^{23} = 0.09 \cdot 10^{23} = 0\ 9 \cdot 10^{21}$ atomi

9)
Il n° di particelle di O_2 è: n_{O2} = (16/1 mole di O)N_A = $(13/32) \cdot 6 \cdot 10^{23} = 3 \cdot 10^{23}$ molecole
Ma siccome il 50% è dissociato si ha : $n_{O2} = (3+3 \cdot 05) \cdot 10^{23} = 4.5 \cdot 10^{23}$ particelle (atomi + molecole)

10)

$$\frac{\rho}{massa.atomica} = \frac{massa.dell'elemento.contenuto.in.un.m^3}{massa.di.un.atomo.dell'elemento} = n^0.di.atomi.in.1.m^3$$

$$\rho_{Be} / m_{Be} = 1.838 \cdot 10^3 / 9 \text{ uma} = 1.838 \cdot 10^3 / 9 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} = 1.23 \cdot 10^{29} \text{ atomi/m}^3$$

analogamente $\rho_{Au} / m_{Au} = 0.842 \cdot 10^3 / 39 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} = 0.13 \cdot 10^{29}$ atomi/m^3
(le densità si trovano nelle tabelle)

11) E’ minore, altrimenti si formerebbe un composto acqua-olio.

12) L’agitazione termica aumenta la repulsione media fra le molecole e quindi diminuisce la densità (per una stessa massa diminuisce il volume da essa occupato).

13) Solido amorfo.

14) Si formano dei piani di rottura molecolare.

15)

ℓ = 142 pm
ρ = 2270 kg/m^3

n° = ρ / (massa di un atomo di carbonio) = $2270/12 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} = 1.14 \cdot 10^{29}$ atomi/m^3

Poiché ogni due atomi che si aggiungono nel reticolo si forma un nuovo prisma, per conoscere il numero dei prismi in un metro cubo basta dividere per due il numero totale degli atomi in quel volume: $n_{prismi} = 1.14 \cdot 10^{29} / 2 = 57 \cdot 10^{27}$ prismi/m^3

Il volume di un prisma è: $V_p = A_{base} \cdot h$
si ricordi che: $A_{base} = \ell\ 3\sqrt{3}/2 = 142 \cdot 10^{-12} \cdot 3\sqrt{3}/2 = 5.24 \cdot 10^{-20}$ m^2

quindi: $h = V_p / A_{base} = 3.35 \cdot 10^{-10}$ m

VOL. 2 – Termologia - CAP. 2
La temperatura

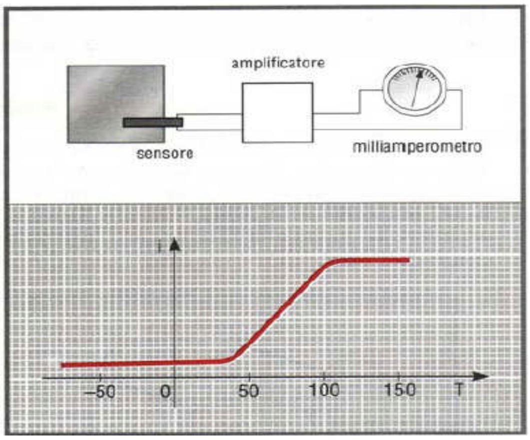
***1)** Descrivi due fenomeni quotidiani spiegabili in base al processo della dilatazione termica.*

***2)** Quale temperatura segna un termometro tarato in kelvin se nello stesso ambiente un termometro tarato in gradi Celsius segna 22 °C?*

***3)** Qual è la temperatura in gradi Celsius di un corpo alla temperatura di 450 K?*

***4)** Determina le indicazioni riportate da due termometri, il primo tarato in kelvin, il secondo in gradì Celsius, posti a contatto con un corpo la cui temperatura è intermedia fra quella del ghiaccio fondente e quella dei vapori d'acqua bollente.*

***5)** (Olimpiadi delta fisica, Italia, gara juniores,1993), Nella figura è rappresentato lo schema di un termometro elettronico. Il grafico riporta l'andamento della corrente misurata dal milliamperometro al variare della temperatura della sostanza in esame. Per quale intervallo dì temperatura ti sembra appropriato usare questo strumento?*



***6)** (Olimpiadi della fisica, gara d'istituto, 1993.) La colonnina di mercurio di un termometro è lunga 200 mm quando il bulbo è a contatto con vapore a 100 °C e 80 mm quando è in aria a 20 °C. Che lunghezza avrà quando il bulbo è in acqua a 0 °C?*

***7)** Una sbarra di ferro è lunga 1,000 m alla temperatura di 100 °C. Calcola la sua lunghezza a 0 °C e a 500 °C.*

***8)** Una sbarra, che alla temperatura di 0 °C ha una lunghezza di 1 m, scaldata alla temperatura di 100 °C sì è allungata di 1,2 mm. Calcola il coefficiente di dilatazione lineare della sbarra.*

***9)** La lunghezza di una sbarra dì alluminio a 25 °C è di 40 cm. Calcola quale deve essere a 0 °C la lunghezza di una sbarra dì ferro perché a 50 °C la lunghezza delle due sbarre sia la stessa. (Per i coefficienti di dilatazione del ferro e dell'alluminio vedi la tabella 2.1 nel paragrafo 2.3 della Termologia.)*

***10)** Una sbarra di ferro, lunga 1 m alla temperatura di °C. viene riscaldata a una temperatura T. Calcola la temperatura T sapendo che la lunghezza della sbarra, a quella temperatura, è uguale a 1.005 m.(Il coefficiente di dilatazione del ferro è* $\lambda = 12 \times 10^{-6}\ K^{-1}$*).*

***11)** Quanto dovrebbe essere lungo un termometro metallico di alluminio perché a un aumento dì temperatura di 1 °C corrisponda un allungamento di 1 mm?*

***12)** Il diametro di un foro circolare praticato in una lastra di zinco che si trova alla temperatura di -15 °C vale 50.0 cm. Calcola il diametro del foro quando la piastra si trova a una temperatura di 100 °C.*

***13)** Nadia vuole sistemare un anello di ferro intorno ad una ruota di legno di diametro 60 cm. Il diametro dell'anello però è 3 mm più piccolo di quello della ruota. Di quanto Nadia deve aumentare la temperatura dell'anello per raggiungere tale scopo?*

***14)** Due solidi, A e B, sono realizzati con lo stesso metallo e hanno pari volume. Il solido A ha la forma di un cubo, mentre il solido B ha la forma di un'asta sottile base quadrata di lato* ℓ *e di lunghezza* $d = \eta\, \ell$ *. La temperatura del solido A viene incrementata di* Δt_A*, Determina di quanto deve aumentare la temperatura del solido B per avere, nella dimensione massima, lo stesso allungamento lineare di A. (Assumi* $\eta = 125$ *e* $\Delta t_A = 150$ *°C)*

***15)** Consultando la tabella 2.1 nel paragrafo 2.3 della Termologia determina il coefficiente di dilatazione di volume del rame.*

***16)** Calcola il volume di un parallelepipedo di alluminio alla temperatura di 200 °C sapendo che a 0 °C i suoi lati misurano: a = 1,000 m, b = 0.500 m e c = 0,200 m*

***17)** Determina il coefficiente di dilatazione di una sostanza solida che, a 0 °C, ha un volume di 1,0000* m^3 *e alla temperatura di -200 °C un volume di 0,9898* m^3*.*

***18)** Una sfera di rame ha il raggio di 10,00 cm a 0 °C. Calcola la variazione percentuale* $\Delta V/V$ *del volume della sfera quando la sua temperatura è salita a 100 °C.*

***19)** Alla temperatura 0 °C la sfera dell'esercìzio precedente passa attraverso un anello di raggio 10,05 cm. Quando la sfera è riscaldata a 100 °C riesce ancora a passare dentro all'anello?*

***20)** Qual è la variazione percentuale di volume di un solido per ogni grado dì variazione della temperatura, se il metallo di cui è fatto il solido ha un coefficiente d: dilatazione lineare* λ*?*

***21)** Un liquido ha un volume pari a 20,0 cm^3 quando è a 0 °C e di 22.5 cm^3 quando è a 90 °C. Qual è il suo coefficiente di dilatazione cubica?*

***22)** Un tubo cilindrico è riempito di mercurio, la cui temperatura è di 0 °C, fino a un'altezza di 10,0 cm. Di quanto aumenta l'altezza della colonna dì mercurio quando viene scaldato a 100 °C ? (Trascura la variazione di volume del recipiente e ricorda che il coefficiente di dilatazione del mercurio è uguale a 0.18×10^{-3} K^{-1}).*

***23)** Un recipiente, riempito fino all'orlo, contiene una quantità di mercurio pari a 200 cm^3 quando la temperatura è di 20 °C. Quale frazione di mercurio fuoriesce se si porta la temperatura a 80 °C? (Esegui il calcolo trascurando la variazione di volume del recipiente e il menisco formato dal mercurio.)*

***24)** Chiara misura l'altezza di una colonna di mercurio con un righello di alluminio. Quando la temperatura dell'ambiente vale t, il righello indica un'altezza h_1. Trascurando la dilatazione del recipiente che contiene il mercurio, quanto ìndica il righello alla temperatura ambiente t_2? (Dati numerici: h_1 = 50 cm; t_1 = -10 °C; t_2 = 100 °C).*

***25)** Un'ampolla con le pareti di vetro e cava all'interno galleggia sull'olio di oliva a +10 °C. In queste condizioni l'ampolla è immersa nell'olio per il 75% del proprio volume. Assumi che la dilatazione del vetro sia trascurabile. Calcola la percentuale di immersione dell'ampolla quando la temperatura dell'olio sale a +60 °C.*

***26)** Un palloncino pieno di aria ha un volume di 1 L alla temperatura di 20 °C. Calcola il volume del palloncino dopo che l'aria è stata scaldata fino alla temperatura di 80 °C.*

***27)** Considera che il palloncino dell'esercizio precedente sia sferico. Calcola la variazione relativa $\Delta r/r$ del raggio del palloncino quando il suo volume è aumentato a causa del riscaldamento dell'aria in esso contenuta giunta a 80 °C.*

***28)** Un gas. alla temperatura di 20 °C. è contenuto in un volume di 1,000 m^3. Quando la temperatura del gas viene aumentata, esso si espande a pressione costante fino a occupare un volume dì 1,110 m^3. Calcola la temperatura finale del gas.*

***29)** Qual è, a 85 °C, il volume di una massa di un gas, che a 20 °C occupa un volume di 2.8×10^2 m^3, se viene riscaldato a pressione costante?*

***30)** Un'ampolla di vetro contiene 100,0 g di olio di oliva quando la temperatura ambiente vale 0 °C, Quando invece la temperatura vale 2°C, l'ampolla contiene solo 98,8 g di olio. Determina il coefficiente di dilatazione lineare λ del vetro dell'ampolla.*

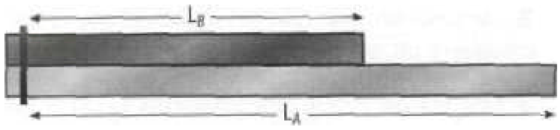
***31)** Elisa ha l'abitudine di confrontare il segnale orario televisivo con l'ora segnata dal proprio orologio a pendolo. Elisa nota che il proprio orologio avanza di 5,0 s ogni giorno quando si trova alla temperatura T_1 = +15 °C, mentre ritarda di 10,0 s ogni giorno quando si trova a una temperatura T_2 = +35 °C.*

a) Determina il coefficiente di dilatazione lineare λ del metallo di cui è fatta l'asta che sostiene il pendolo.
b) A quale temperatura dovrebbe essere mantenuto l'orologio per funzionare correttamente?
(Per risolvere il problema può essere utile ricordare che. se $x << 1$, allora $(1 + x)^{\alpha} = 1 + \alpha x$.)

32) *Un orologio a pendolo è costruito per funzionare correttamente quando si trova a una temperatura di +20 °C. Il metallo del pendolo ha un coefficiente di dilatazione lineare $\lambda = 12 \times 10^{-6}\ K^{-1}$. Qual è l'errore percentuale dell'orologio quando funziona a una temperatura di -10 °C?*

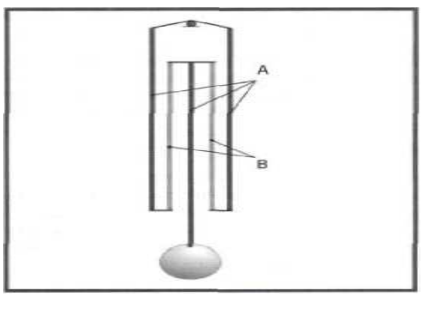
33) *Le lunghezze di due aste, una di ferro e l'altra di piombo, differiscono in ampiezza di ℓ = 4,0 cm sia quando le aste si trovano a una temperatura t_1 = +10 °C sia quando si trovano a t_2 = +250 °C. Determina a quale temperatura le due aste hanno la stessa lunghezza e quanto vale tale lunghezza.*

34) *Si vuole costruire una «lunghezza campione» che rimanga costante al variare della temperatura. Per raggiungere tale scopo, si fissano tra loro a un'estremità due sbarre metalliche A e B di diverso coefficiente di dilatazione lineare λ_A e λ_B e diversa lunghezza L_A e L_B (vedi la figura). Dimostra che se si scelgono L_A e L_B in modo tale che $L_A / L_B = \lambda_B / \lambda_A$, la quantità $L = L_A - L_B$ rimane costante al variare della temperatura.*



35) *La misura della lunghezza di una sbarra, che si trova all'interno di una cella frigorifera ad una temperatura di t_1 = -5 °C ha fornito il valore ℓ_1 = 30,0 cm se si è utilizzato un righello d'acciaio ($\lambda = 11 \times 10^{-6}\ K^{-1}$). La misura viene ora ripetuta in un forno a una temperatura t_2 = +150°C e la lunghezza della sbarra risulta essere ℓ_2 = 30,1 cm.*
Calcola il coefficiente di dilatazione lineare del materiale della sbarra.
Determina l'allungamento percentuale subito dalla sbarra.

36) *(Olimpiadi della fisica, Italia, gare locali, 1995.) Per fare in modo che il periodo di un pendolo sia indipendente dalla temperatura si ricorre al cosiddetto «pendolo compensato»: la massa che oscilla è sostenuta da un supporto costituito da cinque aste connesse come nella figura: tre di queste sono fatte di un certo metallo (A) e altre due di un altro metallo (B). A una data temperatura T_0 la lunghezza delle aste di metallo A sia L_A = 70 cm. Determina la lunghezza L_B delle aste di metallo B, essendo noti i coefficienti di dilatazione termica lineare dei due metalli ($\lambda_A = 4.0 \times 10^{-6}\ K^{-1}$ e λ_B = = $1,1 \times 10^{-5}\ K^{-1}$).*



Soluzioni

1) Quando ho la febbre misuro la temperatura corporea con un termometro, sfruttando il fenomeno della dilatazione termica.
Quando metto le sottilette al forno esse si allungano e fondono.
Quando lascio fuori sul terrazzo in una notte d'inverno una bottiglia piena d'acqua la mattina seguente la trovo rotta perché il ghiaccio occupa più volume dell'acqua liquida; è il fenomeno della dilatazione termica inversa.

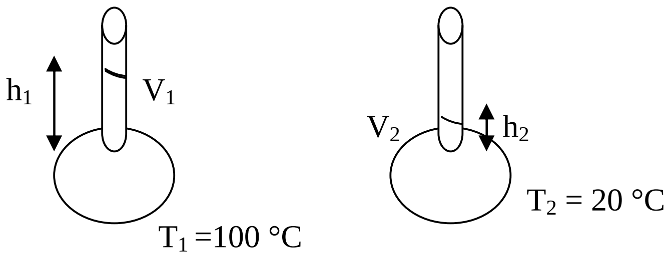
2) $T = 273+22 = 295$ °K

3) $t = 450-273 = 177$ °C

4) $t = 50$ °C $T = 50+273 = 323$ °K

5)
E' opportuno impiegare il termometro fra 50 e 100 °C perché ivi è proporzionale (la corrente) alla temperatura.

6)



Possiamo semplicemente scrivere le equazioni di dilatazione volumica nei due casi:

$V_1 = V_0 + V_0\,\alpha\,T_1$ $\alpha = (V_1 - V_0) / V_0T_1$
$V_2 = V_0 + V_0\,\alpha\,T_2$ $V_2 = V_0 + V_0\,T_2\,(V_1 - V_0) / V_0T_1 = V_0 + (T_2/T_1)V_1 - (T_2/T_1)V_0$

da cui $V_0 = (V_2 - V_1\,(T_2/T_1)) / (1-(T_2/T_1)) = 50$ mm

(V_0 è lo stesso di h_0 in quanto la sezione del tubo è costante).

7) Dall'eq. della dilatazione lineare si ha: $\ell = \ell_0\,(1+ \alpha T)$ da cui: $\ell_0 = \ell/(1+ \alpha T)$
numericamente si ha: 0.9988 m e la variazione lineare è:
$\Delta\,\ell = \ell - \ell_0 = 1.2$ mm
con una variazione di temperatura pari a: $\Delta\,T = 100$ °C

Pertanto a 500 °C si avrà: $\ell' = \ell_0\,(1+ \alpha\,500) = 0.9988\,(\,1+12\cdot10^{-6}\cdot500) = 1.0048$ m

8)

$T = 0\ °C$ $\quad \ell = 1.000\ m$ $\qquad T_1 = 100\ °C$ $\quad \ell_1 = 1.0012\ m$

$\ell = \ell_0\,(1+\alpha T_1)$ $\quad \alpha = ((\ell_1/\ \ell_0) - 1)\ (1/T_1) = 12\cdot 10^{-6}\ K^{-1}$

9)

Usiamo i pedici Al e Fe per indicare l'Alluminio ed il Ferro:

$\ell_A = \ell_0^A\,(1+\alpha_A\,50)$ $\qquad \ell_F = \ell_0^F\,(1+\alpha_F\,50)$

Dovrà essere: $\quad \ell_0^A\,(1+\alpha_A\,50) = \ell_0^F\,(1+\alpha_F\,50)$

occorre calcolare ℓ_0^A è lo facciamo utilizzando i dati iniziali: $\quad \ell_0^A = \ell\ /\ (1+\alpha_A\,25) = 0.3998\ m$

Ora possiamo calcolare ℓ_0^F: $\quad \ell_0^F = \ell_0^A\,(1+\alpha_A\,50)/(1+\alpha_F\,50) = 40\ cm$

10)

Sappiamo che $\quad \ell_0 = 1.00\ m$ $\quad$ dunque $\quad \ell' = \ell_0\,(1+\alpha T)$ $\quad$ da cui $\quad T = ((\ell'/\ \ell_0) - 1)\ (1/\alpha) = 417\ °C$

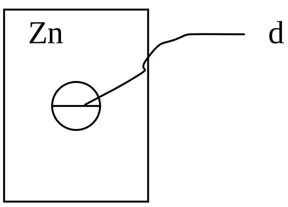
11)

$\alpha_A = 23\cdot 10^{-6}\ C^{-1}$

$\ell = \ell_0\,(1+\alpha\,\Delta T)$

deve essere $\quad \ell - \ell_0 = 1\ mm$ $\quad$ per cui $\quad \ell_0 = (\ell - \ell_0)/(\alpha\,\Delta T) = 43\ m$

12)



$\ell = \ell_0\,(1+\alpha\,\Delta T)$

$\ell_0 = \ell/(1+\alpha\,\Delta T) = 50.022\ cm$

a 100 °C si avrà: $\quad \ell = 50.022\ (1+30\cdot 10^{-6}\ 100) = 50.2\ cm$

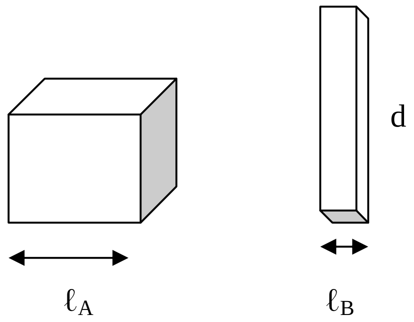
13)

$\alpha_{Fe} = 12\cdot 10^{-6}\ C^{-1}$

Dovendo essere $\ell - \ell' = 3\ mm$ utilizziamo la relazione $\quad \ell - \ell' = \ell_0\,\alpha\,\Delta T$ $\quad$ da cui ricaviamo ΔT:

$$\Delta T = (\ell - \ell')\ /\ (\ell'\cdot \alpha) = 419\ °C$$

14)



$d = \eta\ \ell_B$ $\eta = 125$

$\Delta T_A = 150\ °C$

Si deve imporre $V_A = V_B$

$\ell_A^3 = \ell_B^2\ d = \eta\ \ell_B = 125\ \ell_B^3$

$\ell_A / \ell_B = 5$

L'allungamento lungo d di B deve essere uguale a quello di una faccia di A:

$$\begin{cases} \ell - \ell_A = \ell_A\ \alpha\ \Delta T_A \\ d - d' = d\ \alpha\ \Delta T_B \end{cases}$$

si ricava $\Delta T_B = (\ell_A / d)\ \Delta T_A = (\ell_A / \eta\ \ell_B)\ \Delta T_A =$
$= 5\ \Delta T_A / \eta = 6\ °C$

15)

Essendo $\alpha = 3\ \lambda$ si ha: $\alpha_{Cu} = 3\ \lambda_{Cu} = 3 \cdot 17 \cdot 10^{-6} = 51 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$

16)

Siano a, b e c le misure degli spigoli del parallelepipedo, si ha: $V_0 = abc = 0.100\ m^3$ e quindi per T = 200 °C si avrà: $V = V_0\ (1 + \alpha\ \Delta T) = 0.101\ m^3$

17)

Dalla relazione $V = V_0\ (1 + \alpha\ \Delta T)$ ricaviamo α: $\alpha = (V - V_0)/V_0 \Delta T = 51 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$

18)

$V_0 = (4/3)\ \pi\ R^3 = 4186.7\ cm^3$ a T = 100 °C si avrà: $V = V_0\ (1 + \alpha\ \Delta T) = 4208\ cm^3$
ed il rapporto percentuale è: $\Delta V/V = (V - V_0) / V_0 = (4208 - 4186.7) / 4186.7 = 0.005 = 0.5\%$

19)

$R_0 = 10.00$ cm a O °C

$R = R_0\ (1 + \lambda \Delta T) = 10.02$ cm quindi la sfera riesce ancora a passare attraverso l'anello.

20)

$V = V_0\ (1 + \alpha\ \Delta T)$ se $\Delta T = 1\ °C$ si ha $V = V_0 + \alpha\ V_0$

da cui $\alpha = (V - V_0) / V = 3\ \lambda$ ossia α vale il 300% del valore di λ.

21)

$\alpha = (V-V_0) / V_0\Delta T = 1.4\cdot10^{-3}\ K^{-1}$

22)

Indichiamo con $V_0 = \pi\ r^2\ h_0$ e con $V' = \pi\ r^2\ h'$ $\Delta V = V-V_0 = V_0\ \alpha\ \Delta T$ da cui

$h = V_0\ \alpha\ \Delta T / (\pi\ r^2) \cdot (\pi\ r^2\ h_0\ \alpha\ \Delta T) / (\pi\ r^2) = h_0\ \alpha\ \Delta T = 0.1\cdot100\cdot0.18\cdot10^{-3} = 2\cdot10^{-3}$ m

23)

$V = V_0\ (1+ \alpha\cdot20)$
$V' = V_0\ (1+ \alpha\cdot80)$ $V' = V\ (1+ \alpha\cdot80) / (1+ \alpha\cdot20) = 202.15\ cm^3$

$\Delta V/V = 2.15/200 = 0.01 = 1\%$

24)

1° metodo)

Dilatazione righello: $h_1 = h_0\ (1+\lambda_{Al}\,\Delta T)$ da cui $h_0 = h_1 / (1+\lambda_{Al}\,\Delta T) = 50.012$ cm

$$h_2 = h_0\ (1+\lambda_{Al}\,100) = 50.012\ (1+23\cdot10^{-6}\cdot100) = 50.127\ cm$$

Dilatazione mercurio: $h_1 = h_0\ (1+\lambda_{Hg}\,\Delta T)$ da cui $h_0 = 20/(1+0.18\cdot10^{-3}\cdot(-10)) = 50.09$ cm

$$h_2 = h_0(1+\alpha_{\ Hg}\,\Delta T) = 50.09\ (1+0.18\cdot10^{-3}\cdot100) = 50.99\ cm$$

Quindi la misura della colonnina di mercurio è 50.99 cm, ma siccome il righello si è allungato di 0.127 cm il righello misurerà 50.99-0.127 = 50.9 cm

2° metodo)

Allungamento righello = allungamento mercurio

$h_2\ (1+\lambda_{Al}\,\Delta T) = h_1\ (1+\alpha_{\ Hg}\,\Delta T)$ dove $\Delta T = 110$ °C

ricaviamo dunque immediatamente h_2:

$h_2 = h_1\ (1+\alpha_{\ Hg}\,\Delta T) / (1+\lambda_{Al}\,\Delta T) = 50.9$ cm

25) Alla temperatura di T = 10 °C indichiamo con V il volume dell'ampolla che possiamo per comodità dividere in due parti, la parte immersa (V1) e quella emersa (V_2), la situazione per T = 60 °C sarà denotata con degli apici, si deve semplicemente uguagliare il volume dell'ampolla nelle due situazioni:
V = V'
Iniziamo con lo scrivere le seguenti relazioni: $V = V + V_2$ e $V' = V_1' + V_2'$

all'equilibrio la forza peso dell'ampolla è equilibrata dalla controspinta dovuta alla forza di Archimede (pari al peso del fluido spostato), quindi:

$mg = \rho_{olio} V_1 g$ e analogamente nella situazione a 60°C $mg = \rho_{olio\ caldo} V_1' g$

ove si tenga conto che la densità dell'olio non è costate, ora sappiamo che V_1 = 75% V = 0.75 V, pertanto $mg = \rho_{olio}\, 0.75\, V g$ mentre l'incognita da calcolare è k ossia la percentuale di immersione ad olio caldo $mg = \rho_{olio\ caldo}\, k V' g$
uguagliando le due espressioni: $\rho_{olio}\, 0.75\, V g = \rho_{olio\ caldo}\, k V' g$ da cui essendo V = V' si ha:

$\rho_{olio}\, 0.75 = \rho_{olio\ caldo}\, k$ $k = 0.75\, (\rho_{olio} / \rho_{olio\ caldo})$

Ora non ci rimane che calcolare il rapporto fra le densità dell'olio freddo e caldo, basta scrivere la definizione di densità:

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{\frac{M}{V}}{\frac{M}{V'}} = \frac{V'}{V} = \frac{V_0(1+\alpha 60°)}{V_0\,(1+\alpha 10°)} = \frac{1.0432}{1.0072} = 1.03574$$ quindi k = 1.03574 · 0.75 = 0.78 = 78%

26)

Banalmente si ha: $V = V_0\,(1 + \alpha\,\Delta T)$; $V_0 = V / (1 + \alpha\,\Delta T) = 1 / ((1+(1/273)20) = 0.9317$
da cui $V' = V\,(1 + \alpha\,\Delta T) = 0.9317(1+(1/273)80) = 1.2$ ℓ

27)

$V = (4/3)\,\pi\,R^3$ $R = \sqrt{\frac{3V}{4\pi}}$ = 6.2 cm
$V' = (4/3)\,\pi\,R_1^3$ $R_1 = ((3/4\,\pi)\,1.2\cdot 10^{-3})^{1/3} = 6.6$ cm

$\Delta R / R = = R_1 - R/R = (6.6 - 6.2) / 6.2 = 0.065 = 7\%$

28)

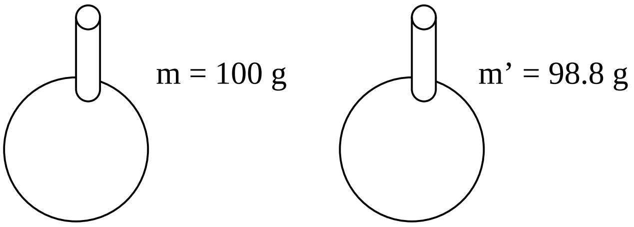
$V' = V + V\,\alpha\,\Delta T$ da cui $\Delta T = (V' - V) / \alpha V = 30$ °C

e quindi $T' = \Delta T + T = 30+20 = 50$ °C

29)

V' = V (1+ α (T'-T)) = $2.8\cdot10^{2}$ (1+(1/273) 65) = $3.5\cdot10^{2}$ m^3

30)



$\alpha_{olio} = 0.72\cdot10^{-3}\ K^{-1}$

V, ρ a T = 0 °C V', ρ' a T = 20 °C

Indichiamo con V_0 e con R_0 il volume ed il raggio dell'ampolla a zero gradi.

$\rho = M/V_0$ $\rho' = M / V' = M / (V_0(1+ \alpha_{olio}\, 20))$

Vediamo ora come varia il volume dell'ampolla:

$V_a = (4/3)\, \pi\, R_0^3$ $V_a' = (4/3)\, \pi\, R'^{\,3}$ dove $R' = R_0\,(1+ \alpha_{vetro}\, 20)$

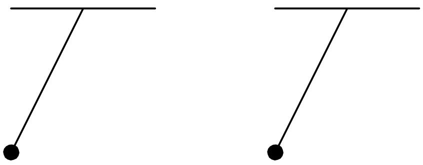
Al fine di ricavare il valore di α_{vetro} facciamo il rapporto fra le masse:

$$m / m' = 1.01215 = \rho\, V_a / (\rho'\, V_a') = \frac{\frac{M}{V_0}\frac{4}{3}\pi R_0^3}{\frac{M}{V_0(1+\alpha_{olio}20)}\frac{4}{3}\pi R_0^3(1+\alpha_{vetro}20)^3} =$$

$$= (1+\alpha_{olio}20) / (1+\alpha_{vetro}20)^3$$ da cui ricaviamo α_{vetro} :

$$\alpha_{vetro} = \left(\sqrt[3]{\frac{1+\alpha_{olio}20}{1.01215}} - 1\right) \cdot \frac{1}{20} = 4\cdot10^{-5}\ K^{-1}$$

31)



t_1 = 15 °C t_2 = 35 °C

avanza di 5 sec al dì   ritarda di 10 sec al dì

Indichiamo con T_1 e con T_2 i due periodi, i tempi segnati sono direttamente proporzionali ai numeri di colpi battuti nella giornata (cioè ai tic-tac) o se si vuole sono proporzionali alla frequenza, avendosi $\nu_1 > \nu_2$ o anche $T_1 < T_2$ (essendo $\nu = 1/T$), consideriamo ora il rapporto

$\nu_1 / \nu_2 = T_2 / T_1$ ora ricordando che $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ e che $\ell = \ell_0 (1+\lambda T)$ si ha:

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{\ell_0(1+\lambda\cdot 35)}{g}}}{\sqrt{\frac{\ell_0(1+\lambda\cdot 15)}{g}}} = \sqrt{\frac{1+\lambda\cdot 35}{1+\lambda\cdot 15}} \qquad (1)$$

Ora calcoliamo T_2/T_1 considerando che T_2 non batte il secondo preciso in quanto "sfalla in più" di 10 secondi al giorno cioè di 10/86400 ogni secondo, mentre T_1 "sfalla in meno" di 5 sec al giorno ossia di 5/86400 ogni secondo. Avremo quindi

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1+\frac{10}{86400}}{1-\frac{5}{86400}} = 1.0001736$$ indichiamo con A questo valore per semplice comodità si scrittura

ritornando ora alla relazione (1) si ha: $A = \sqrt{\frac{1+\lambda\cdot 35}{1+\lambda\cdot 15}}$ da cui quadrando si ottiene:

$$\lambda = \frac{1-A^2}{A^2\cdot 15-35} = 1.7\cdot 10^{-5}\ \mathrm{K}^{-1}$$

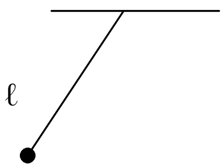
b) Ora imponiamo che T_1 sia preciso ossia deve essere T_1 = 1 s, dalle relazioni precederti:

$T_2/T_1 = (1+(10/86400)) / 1 = \sqrt{\frac{1+\lambda\cdot 35}{1+\lambda\cdot \Delta T}}$ il valore del rapporto dei due periodi è 1.0001157 che come prima indichiamo con la lettera A:

$A^2 (1+\lambda\ \Delta t) = 1+ \lambda\cdot 35$ da cui

$\Delta t = (1+ \lambda \cdot 35 - A^2) / (A^2 \lambda) = (1+1.7\cdot 10^{-5}\cdot 35 - (1.0001157)^2) / (1.0001157)^2\cdot 1.7\cdot 10^{-7} = 22$ °C

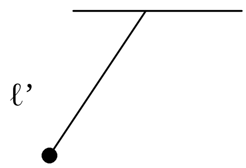
32)



t = 20 °C

questo pendolo è preciso

T = 1 s



t_1 = - 10 °C

questo pendolo non è preciso

$T_1 < T$

ℓ' < ℓ
in quanto il freddo
fa accorciare il filo
$T_1 < T$ (poiché $T \alpha \ell$)
e $\nu_1 > \nu$

Per quanto visto dall'esercizio precedente si ha:

$$\frac{T}{T_1} = \frac{1}{1-x} = \sqrt{\frac{\ell_0(1+\lambda\cdot 20)}{\ell_0(1+\lambda\cdot(-10))}} = \sqrt{\frac{1.0024}{0.99988}} = 1.00018$$

da cui x = 0.0001799 e perciò T_1 = 1- 0.0001799 = 0.99982
e l'errore percentuale è: $(T_f - T_i) / T_1$ = (0.99982 – 1) / 1 = - 0.0002 = - 0.02 %
Il segno meno indica semplicemente che $T_1 < T_f$.

33)

E' chiaro che dal testo del problema deve risultare a T_1 = 10 °C il piombo più corto del ferro, mentre a T_2 = 250 °C è più lungo del ferro. Ciò in sostanza significa che il coefficiente di dilatazione del piombo è più grande di quello del ferro, infatti dalla tabella risulta:

$\lambda_{Fe} = 12\cdot 10^{-6}$
$\lambda_{Pb} = 29\cdot 10^{-6}$

Indichiamo con il pedice 1 e 2 la situazione alle due temperature
e d inoltre risulta $\Delta\ell$ = 0.04 m

Iniziamo con lo scrivere le relazioni seguenti

$$\begin{cases} \ell_1^F = \ell_0^F (1+\lambda_{Fe}\cdot 10) \\ \ell_2^F = \ell_0^F (1+\lambda_{Fe}\cdot 250) \end{cases} \qquad \begin{cases} \ell_1^P = \ell_0^P (1+\lambda_P\cdot 10) \\ \ell_2^P = \ell_0^P (1+\lambda_P\cdot 250) \end{cases}$$

Per semplificare le scritture poniamo: $a = 1+\lambda_{Fe}\cdot 10 = 1.00012$
$b = 1+\lambda_{Fe}\cdot 250 = 1.003$
$c = 1+\lambda_P\cdot 10 = 1.00029$
$d = 1+\lambda_P\cdot 250 = 1.00725$

D'altronde la differenza di lunghezza $\Delta\ell$ rimane costante nelle due situazioni:

$\ell_1^F - \ell_1^P = \Delta\ell = \ell_2^F - \ell_2^P$ e sviluppando ℓ si ha: $\ell_0^F \cdot a - \ell_0^P \cdot c = \Delta\ell = \ell_0^P \cdot d - \ell_0^F \cdot b$

$\ell_0^F = (\Delta\ell + \ell_0^P \cdot c) / a$

$\ell_0^P \cdot d - ((\Delta\ell + \ell_0^P \cdot c) / a)\, b - \Delta\ell = 0$ $\qquad \ell_0^P = (a+b)\,\Delta\ell / (ad - cb) = 19.638$ m

e quindi: $\ell_0^F = (\Delta\ell + \ell_0^P \cdot c) / a = 19.686$ m

Verifichiamo che i valori ora trovati sono corretti:

a T = 10 °C

$\ell_1^F = 19.686\,(1+12\cdot10^{-6}\cdot10) = 19.68$ m

$\ell_1^P = 19.64\,(1+29\cdot10^{-6}\cdot10) = 19.64$ m

la cui differenza è proprio di 4 cm, come deve essere.

a T = 250 °C

$\ell_2^F = 19.686\,(1+12\cdot10^{-6}\cdot250) = 19.75$ m

$\ell_1^P = 19.64\,(1+29\cdot10^{-6}\cdot250) = 19.79$ m

la cui differenza è ancora proprio di 4 cm, come deve essere.

La temperatura alla quale $\ell^F = \ell^P$ sarà quella che compare nella seguente relazione

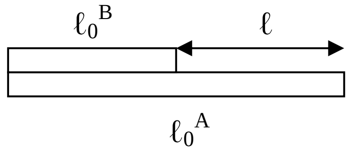
$\ell_0^F\,(1+\lambda_{Fe}\cdot T) = \ell_0^P\,(1+\lambda_P\cdot T)$ da cui $T = (\ell_0^P - \ell_0^F) / (\ell_0^F\,\lambda_{Fe} - \ell_0^P\,\lambda_P) = 135$ °C

Verifichiamolo: a T = 135 °C si ha:

$\ell^F = \ell_0^F\,(1+\lambda_{Fe}\cdot135) = 19.683\,(1+12\cdot10^{-6}\cdot135) = 19.7$ m

$\ell^P = \ell_0^P\,(1+\lambda_P\cdot135) = 19.638\,(1+29\cdot10^{-6}\cdot135) = 19.7$ m come deve essere!

34)



Si deve dimostrare che se $\ell_0^A / \ell_0^B = \lambda_B / \lambda_A$
allora la differenza delle loro lunghezze rimane costante

$$\ell = \ell_A - \ell_B = \text{cost}$$

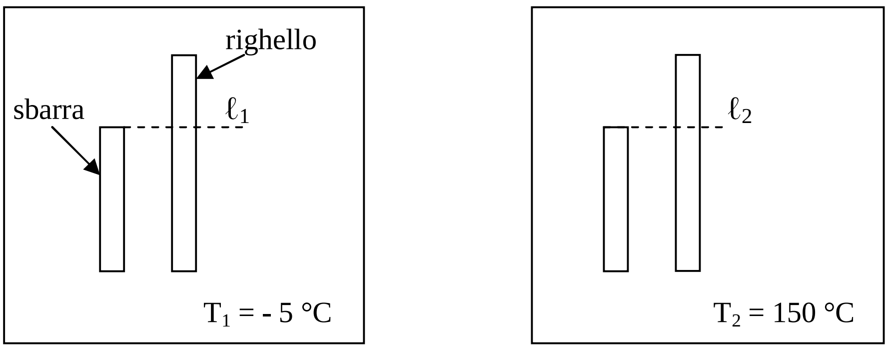
Occorre in buona sostanza calcolare quanto vale $\ell_A - \ell_B$ avendo come imposizione $\ell_0^A / \ell_0^B = \lambda_B / \lambda_A$

Si ha: $\ell_A = \ell_0^A (1+ \lambda_A \cdot T)$ e $\ell_B = \ell_0^B (1+ \lambda_B \cdot T)$; $\ell = \ell_A - \ell_B = \ell_0^A (1+ \lambda_A \cdot T) - \ell_0^B (1+ \lambda_B \cdot T)$

da cui con due facili passaggi ci dà: $\ell = \ell_0^B (\lambda_B - \lambda_A) / \lambda_A$ che è una relazione indipendente da T.

35)

Il righello è di acciaio: $\lambda_{Acciaio} = 11 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$



a)

Ricordando che il processo di misura altro non è che il rapporto fra la lunghezza della sbarra con quella del righello si ha

a T_1: $\ell sbarra / \ell_{righello} = 30.0\ cm = \ell_0^S (1+\lambda_S (-5)) / \ell_0^R (1+\lambda_R (-5))$
a T_2: $\ell sbarra / \ell_{righello} = 30.1\ cm = \ell_0^S (1+\lambda_S (150)) / \ell_0^R (1+\lambda_R (150))$

dividendo abbiamo: $ab + ab \cdot 150 \cdot \lambda_S = c - 5c\,\lambda_S$

dove si è posto:
$a = 30/30.1 = 0.996678$
$b = 1 - 11 \cdot 10^{-6} \cdot 5 = 0.99998$
$c = 1+11 \cdot 10^{-6} \cdot 150 = 1.00165$
Avendosi infine: $\lambda_S = (c-ab) / (150ab + 5c) = 32 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$

b)

Occorre calcolare $\Delta\ell / \ell = (\ell_2 - \ell_1) / \ell_1 = \dfrac{\ell_0^S(1+\lambda_S(150)) - \ell_0^S(1+\lambda_S(-5))}{\ell_0^S(1-\lambda_S 5)} = \dfrac{\lambda_S(150+5)}{1-5\lambda_S} = 0.5\%$

36)

$\lambda_A = 4 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$ $\quad L_A = 0.70$ m
$\lambda_B = 11 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$ $\quad L_B = ?$

Pendolo compensato significa che compensa l'allungamento dovuto alla variazione della temperatura così che il periodo P rimane inalterato.
L'allungamento complessivo del supporto ad una data T è

$\Delta L = (2\,\lambda_A L_A - \lambda_B L_B)\,\Delta t = 0$ da cui si ha: $2\lambda_A L_A = \lambda_B L_B$ e quindi

$L_B = 2L_A\,(\lambda_A / \lambda_B) = 0.73\ L_A = 51$ cm

N.B. Fissiamo le idee su un allungamento di 1 cm per ogni asta A e di 3 cm per ogni asta B. L'abbassamento di m dovuto all'asta A è di 2 cm, la risalita dovuta all'asta B è di 3 cm, quindi le aste A "pesano" per 2 volte, mentre le B per una sola.